P. GASPARIS SCHOTTI
E SOCIETATE
JESU,

In Alma Univerſitate Herbipolenſi Matheſeos Profeſſoris,

ARITHMETICA
PRACTICA

GENERALIS AC SPECIALIS; E Curſu Mathematico ejusdem Auctoris extracta, atque correcta, & hac ſecundâ editione in uſum Juventutis Mathematum Studioſæ propoſita,

Sumptibus Viduæ JOAN. GODEFRIDI SCHÖNWETTERI Bibliopolæ Francofurtenſis.

Cum Privilegio Sac. Cæſ. Majeſtatis

HERBIPOLI

Excudit JOBUS HERTZ *Typographus & Bibliopola Herbipolenſis.*

ANNO M. DC. LXIII.

DEO
OPTIMO MAXIMO,
Qui omnia in Numero, pondere, ac menſura condidit;
MARIÆ
VIRGINI DEIPARÆ,
Quam DEUS Innumeris Virtutibus, gratijs, ac privilegijs decoravit;
S. ANGELIS,
OMNIBUSQUE COELI CIVIBUS,
Quos DEUS ex Millibus elegit, ſanctificavit, glorificavit.

Tibi, ô rerum Conditor DEUS; Tibi, ô DEI

 Mater

Mater MARIA; Vobis, ô Beati cœleſtis Curiæ Genij, ac cæteri cœli Cives, hoc quidquid laboris eſt dicatur, conſecratur. Suſcipite, & fovete

Veſtrum

Humillimum ac Devotum Clientem N.N.

NOBI-



NOBILI, INGENUÆ, AC ERUDITÆ JUVENTUTI,

In Collegijs Societatis JESU Mathematum Studiosæ, Typographus S.

PRodijt abhinc biennio ferè è Typographio meo *Cursus Mathematicus* R. P. *Caspari Schotti è Societate JESU, complectens inter cæteras Matheseos penè universæ materias* Arithmeticam Practicam Generalem ac Specialem, *in Tyronum gratiam conscriptam. Hanc, quia facilis est, ac methodica, & talis omnino, ut quilibet vel mediocri præditus ingenio eam intelligere, ac proprio Marte addiscere queat, judicârunt non pauci separatim denuò typis mandandam, in gratiam præsertim Matheseos in Societatis JESU*

Universitatibus Candidatorum. His enim cùm quotannis Practicam Arithmeticam aut prælegere, aut explicare oporteat, utpote sine qua vix passum ullum in Mathematico Curriculo progredi absque erroris aut offendiculi periculo possunt; nec alterius in promptu sint Auctoris ea de materia Libri qui comparari ab omnibus queant; visum fuit hoc succurrendum subsidio. Nihil in ea mutatum est, nisi quòd docta manus errores quosdam Typographicos, qui in primam irrepserant editionem sustulerit, & exempla nonnulla vel de novo addiderit, vel brevius antea proposita explicârit. Si nihilominùs aliqua breviùs aut obscuriùs dicta videbuntur; Mathematum Professorum erit vivâ, ut dici solet, voce in Scholis utrumq; supplere defectum. Fruimini hoc labore, & propediem plura exspectate. Herbipoli Die 1. Februarij Anni à partu Virgineo 1663.

PAR-



PARTITIO OPERIS.

DUas habet Partes præſens Opuſculum: Prima Arithmeticam Generalem, Secunda Specialem pertractat.

PARS I. complectitur Capita tria. Primum explicat Elementa numerorum integrorum: Secundum, Elementa numerorum fractorum: Tertium, Regulas quasdam practicas, ut Regulam Proportionum, Conſortij, Poſitionis, Alligationis, Extractionis radicis quadratæ & cubicæ &c.

PARS II. complectitur Capita ſex, Primum tradit Arithmeticam Geometricam: Secundum, Aſtronomicam: Tertium, Politicam ſeu Civilem: Quartum, Rabdologicam Neperi: Quintum, Calculatoriam, ſeu Linearem: Sextum, Divinatoriam.



ARITHMETICA PRACTICA

GENERALIS, AC SPECIALIS.

PROOEMIUM.



Rithmetica eſt ſcientia quæ verſatur circa numeros; à quibus & nominis ſumpſit originem: Græcis enim, qui ante Latinos Arithmeticam excoluerunt, numerus dicitur ἀριθμὸς, à qua voce ἀριθμητικὴ, hoc eſt, numerorum ſcien-

ſcientia derivatur. Hæc toti Matheſi, & omnibus ejus partibus inſervit, ideoque neceſſariò præmittenda ante omnes eſt. Nec minùs neceſſaria & utilis eſt omni hominum ſtatui, adeo ut Plato in Epinom. & lib.7. Reipubl. dicere audeat, omnem humanitatem è Mundo eos tollere, qui Arithmeticam tollunt, cúm ſine ea neque publicæ, neque privatæ res conſtare queant. Varíj variè eam dividunt, & exodicis vocabulis neſcio an cohoneſtent, an deturpent. Ego brevitatis ac ſimplicitatis amans, eam divido in Speculativam, & Practicam. Speculativa nu-

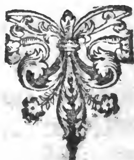
merorum naturam, paſsiones, ac proprietates conſiderat, atque demonſtrat: Practica eorundem uſum tradit per varios Canones ac Regulas, computum ſeu ſupputationē concernentes; unde & Logiſtica ſeu Supputatrix appellatur communiter, & barbarè Algorithmus, ex algo & ἀριθμὸς, ab Arabibus doctis concinnato vocabulo. Olim etiam calculatoria dicebatur, quoniam calculis utebantur antiqui in ſupputationibus, uti nunc nū-mis orichalcinis mercatores noſtrates; & globulis ferreo filo innexis, ac in ciſtulam compactis, Chinenſes, teſte

P.

P. Martino Martini, à quo ex China reduce id oretenus accepi. Practicam solùm hîc tradam, idque breviter & quasi compendio, omissis demonstrationibus: quas qui volet, legat accuratissimam Arithmeticæ Theoriam & Praxin P. Andreæ Tacquet, insignis Mathematici. Hanc duplicem facio, Generalem, ac Specialem. Generalem voco, quæ Canones tradit de usu numerorum ab omnibus rebus separatorum; Specialem verò, quæ tradit Canones de eorundem numerorum usu certis rebus applicato, aut quæ generales Canones specialibus modis

ac

ac praxibus numerandi ſeu ſupputandi explicat. Priorem parte primâ, poſteriorem parte ſecundâ hujus libri explicabo.



PARS



PARS I.

DE ARITHMETICA PRACTICA GENERALI.

IN tria capita dividam hanc primam Partem: in primo tradam Elementa Arithmeticæ Practicæ Generalis in numeris integris; in secundo, eadem Elementa in numeris fractis: in tertio, Regulas quasdam practicas.

CAPUT I.

De Elementis numerorum integrorum.

INtegros numeros appello, qui nec fracti sunt, nec fractos habent adjunctos. Quid autem

autem sint numeri fracti, dicetur capite sequenti. Elementa numerorum integrorum sunt, Numeratio, Additio, Subtractio, Multiplicatio, ac Divisio, Has alij appellant quinq; species Arithmeticæ Practicæ; quamvis nonnulli Numerationem inter species non numerent.

Articulus I.

De Numeratione; simulque de Notatione numerorum integrorum.

UT Grammatica, ita & Arithmetica suam habet scriptionem, & lectionem. Illam Notationis, hanc Numerationis vocabulo exprimo. *Notatio* igitur sive Scriptio Arithmetica, est cujusvis numeri per proprios characteres seu figuras descriptio. *Numeratio* verò sive lectio Arithmetica, est valoris numeri cujuscunque per proprios characteres seu figuras descripti expressio. Ad scribendum porrò numerum quemcunque, eumq; legendum, seu valorem ejus exprimendum, hæc Nota.

Primò. Arithmetici ad scribendum quemcunque numerum, quantumvis magnum, utun-

utuntur tantùm his decem characteribus seu figuris: 1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. 0. Harum primæ novem tantùm sunt significativæ, & quælibet significat tot unitates, quotum ipsa locum in proposita serie occupat; ut prima significat unam unitatem, secunda duas, tertia tres &c. Decima verò, quæ cifra, vel Zerus, aut nulla ab Arithmeticis appellatur, nihil per se & solitariè posita significat; adjuncta tamen alijs figuris ad dexteram, auget ipsarum valorem, ut mox dicetur.

Secundò. In quolibet numero pluribus figuris scripto prima figura est illa, quæ extrema est versus dexteram legentis, aut scribentis; secunda, quæ proximè sequitur versus sinistram; dein sequitur tertia, quarta, quinta &c. Sic in hoc numero, 1659, prima figura, est 9, secunda 5, tertia 6, quarta 1. Cur autem ordo figurarum in numeris progrediatur à dextra versus sinistram, causa fortassis est, quòd Arithmetica primùm inventa fuit ab Hebræis, alijsque populis Orientalibus, qui à dextera versus sinistram scribunt & legunt. Nos tamen Latini ad cognoscendum quidem propositi numeri pluribus figuris expressi valorem, incipimus à dextera versus sinistram, ut mox patebit; ad scribendum tamen, & legendum, seu valorem ejus exprimendum, inchoamus à sinistra versus dexte-

ram. Sic ad cognoſcendum valorem hujus numeri, 29345, incipimus à 5; ad eundem verò ſcribendum, & legendum, incipimus à 2.

Tertiò. Quælibet figura primo loco poſita, hoc eſt, ad dexteram, ſignificat ſeipſam ſemel, ſecundo loco ſeipſam decies, tertio loco centies, quarto millies, quinto decies millies, ſexto centies millies, ſeptimo millies millies, octavo decies millies millies, nono centies millies millies, decimo millies millies millies, & ſic deinceps ſemper per decuplũ incrementum progrediendo ad finem uſque propoſiti numeri, quantuſcunque ſit. In idem recidit, ſi dicas, primam figuram ad dexteram ſignificare monades ſeu unitates, ſecundam decades ſeu denitates, (id eſt, tot denitates, quot ipſa unitates continet) tertiam centenarios, quartam millenarios, quintam denitates millenariorum, ſextam contenarios millenariorum, ſeptimam millenarios millenariorum, ſeu milliones (nam millena millia, ſeu millies mille, efficiunt unum millionem) octavam denitates millionum, nonam centenarios millionum, decimam millenarios millionum, undecimam denos millenarios millionum, duodecimam centenos millenarios millionum, decimam tertiam millenos millenarios millionum, ſeu milliones millionum,

num, & ſic ulteriùs progrediendo, ſemper per decuplum incrementum; nam ſequens ad ſiniſtram figura ſemper valet decies plùs quàm immediatè præcedens ad dexteram, ut dicebam. En tabellam valoris figurarum.

Figurarum Locus		Figurarum Valor
Primus		Unitates
Secundus		Denitates
Tertius		Centenarios
Quartus		Millenarios
Quintus		Denitates millenariorum
Sextus	Valet	Centenarios millenariorũ
Septimus		Milliones
Octavus		Denitates millionum
Nonus		Centenarios millionum
Decimus		Millenarios millionum
Undecimus		Denit. millenar. million.
Duodecimus		Centen. millenar. million.

His notatis, facillimè cognoſces cujuscunque propoſiti numeri valorem, eumque leges ſeu enuntiabis, ut exempli gratiâ hunc ſequentem, 912534 2, ſic: Novem milliones, centum & viginti quinque millia, trecenta, quadraginta duo. Vel ſic: Novies millena millia, centum & viginti quinque millia, tre-

centa,& quadraginta duo. Hunc verò alium, 10870360, ſic pronuntiabis: Decem milliones, octingenta & ſeptuaginta millia, trecenta,& ſexaginta. Vel ſic: Decies millena millia, octingenta, & ſeptuaginta millia, trecenta, ſexaginta.

Obſervanda ad numeros faciliùs exprimendos.

UT porrò facilè cognoſcas valorem numerorum majorum, eumque expeditè & ſine hæſitatione enunties, hæc obſerva. *Primò*, divide propoſitum numerum in minora membra, incipiendo à dextera verſus ſiniſtram, & ponendo ſub quarta figura punctum, & duabus prætermiſſis ſub ſeptima, iterumque duabus prætermiſſis ſub decima, deindè ſub decima tertia , & ſic deinceps, ſemper duas poſt ultimum punctum figuras omittendo. *Secundò*, ſupra figuram ſecundi puncti pone unam virgulam ; ſupra quarti puncti figuram duas virgulas, ſupra ſexti puncti figuram tres virgulas, & ſic ulteriùs progrediendo à dextra verſus ſiniſtram: & Nota, primam & unicam virgulam ſignificare milliones, duas virgulas milliones millionum, tres virgulas milliones millionum millionum, quatuor virgulas milliones millionum millio-

millionum millionum, & ſic ulteriùs &c. Sequentem ergò numerum ſic diſtingues in membra.

''' '' '

7697432329089562436

. . . . . .

Sic autem leges ſeu enuntiabis hunc eundem numerum: Septem milliones millionum millionum; ſexcenta, nonaginta ſeptem millia millionum millionum; quadringenti & triginta duo milliones millionum; trecenta, viginti novem millia millionum; octoginta novem milliones; quingenta, ſexaginta duo millia, quadringenta, triginta ſex.

Quidam recentiores, nè toties reiterare cogantur vocem millionum, vocant milliones millionum Bimilliones, & milliones millionum millionum vocant Trimilliones &c. ac proindè ubi eſt una virgula ſuperſcripta, enuntiant milliones; ubi duæ, bimilliones; ubi tres, trimilliones; ubi quatuor, quidrimilliones; ubi quinque, quinimilliones, deinde ſeximilliones, ſeptimilliones, octimilliones, & ſic ulteriùs. Itaque propoſitum paulò antè numerum ſic enunciant: Septem trimilliones; ſexcenta, nonaginta ſeptem millia bimillionum; quadringenti triginta duo bimilliones; trecenta, viginti novem millia

millionum; octoginta novem milliones &c. ut suprà. Optima numerandi ratio.

Annotationes.

I.

Alij aliter legunt seu pronuntiant numeros dictâ ratione punctis notatos: incipiendo enim à sinistra versus dextram, toties dicunt millies, quot sunt puncta, sed sub penultimo puncto dicunt millena, & sub ultimo millia. Sic ergò prædictum numerum enunciarent: Septies millies, millies, millies millena millia; sexcenties, & nonagies septies millies, millies, millies millena millia; quadringenties, & trigesies bis millies, millies millena millia; trecenties, vigesies novies millies millena millia; octogesies, & novies millena millia; quingenta, sexaginta duo millia; quadringenta, triginta sex. Sed prior modus, quo Itali præsertim utuntur, facilior & brevior est.

II. Alij quoque aliter distinguunt in membra majores numeros: ponunt enim post tertiam quamque figuram, incipiendo à dextera, comma seu virgulam. In lectione verò seu enuntiatione post primam à dexterâ virgulam numerant millia; post secundam millena millia, seu milliones; post tertiam millies millena millia, seu mille milliones, & sic ulteriùs toties repetunt millies, quot virgulæ super-

ſuperſunt. Sic ergo ſequentem numerum diſtinguunt ac legunt.

42,563,450,673,189,246:

quadragies bis millies, millies, millies millena millia; quingenties & ſexagies ter millies, millies millena millia; quadrigenties & quinquagies millies millena millia; ſexcenties & ſeptuagies ter millena millia; centum & octoginta novem millia; ducenta, & quadraginta ſex. Noſter tamen diſtinguendi ac pronuntiandi modus facilior mihi videtur.

III. Quando inter ſingulas figuras ponitur punctum, tum quælibet per ſe ſignificat ſeipſam ſemel: at quando plures ſe mutuò ſine punctis interpoſitis conſequuntur, omnes ſimul unum numerum conſtituunt, qui modis prædictis legi debet. Hæ itaque figuræ, 2.4.9.3. ſic legi debent: duo, quatuor, novem, tria.

IV. Novem primæ ex decem ſuprà poſitis figuris arithmeticis appellantur digiti. His ſi apponatur ad dexteram unus aut plures zeri, reſultant articuli. Ex digitis & articulis inter ſe compoſitis reſultant numeri mixti. Articuli ſunt,

20, 400, 90: *Mixti ſunt,*

34,781.

(*,*)

Articulus II.

De Additione numerorum integrorum.

ADditio, Græcè πρόσθεσις, est duorum, pluriumvè numerorum ejusdem denominationis in unam summam collectio. Ejusdem denominationis numeri sunt, qui ejusdem denominationis seu speciei res significant, ut florenos, bacios, modios, urnas &c. Numeri qui in summam colligi debent, vocantur Addendi, & Dati; numerus qui ex additione resultat, vocatur Summa, Aggregatum, & Quæsitum. Ad ritè peragendam Additionem, hæc observa.

Primò. Numeros addendos ita sub se invicem colloca, ut prima figura unius seriei sit directè sub prima alterius, & secunda unius sub secunda alterius &c. à dextris incipiendo, idq; ideo, ut unitates sint sub unitatibus, denitates sub denitatibus &c. Et si quis est excessus in una serie, aut in pluribus, eum à parte sinistra relinque. Utrumque factum vides in sequentibus exemplis.

	2324	
A.	4352	7X7
	6676	

	12201	
	25302	
B.	80734	4X4
	118237	

C.

	32545			82013	
C.	1523	3X3	D.	97086	8X8
	34068			179099	

	740937	
E.	80537	8X8
	821474	

Secundò. Duc lineam infra numeros dicto modo collocatos, prout in præcedentibus exemplis factum vides: & incipe operationem à dextra procedendo versus sinistram, hoc modo. Collige in unam summam unitates, hoc est, omnes numeros primo loco ad dextram directè sibi invicem suppositos, & summam resultantem scribe directè infra lineam, cum cautela mox dicenda. Deindè collige similiter in unam summam denitates, seu numeros secundo loco sibi invicem suppositos, & scribe summam infrà cum cautela eâdem. Idem fac circa reliquos numeros qui supersunt. Cautela hæc est. Si summa ex figuris sibi directè suppositis resultans scribi potest unicâ figurâ, totam subscribe: sin autem duabus figuris scribenda esset, subscribe tantùm primam, hoc est, illam quæ ad dexteram scribi deberet, secundam verò mente retine, ut eam deinde ad summam ex

additione proximè sequentium figurarum resultantem addas: si denique tribus figuris scribi deberet, primam scribe directè infrà, secundam retine pro proximè sequenti summa, & tertiam pro tertia suma. Sic in exemplo A dic: 2 & 4, faciunt 6; scribe ergo 6 infra lineam: item 5 & 2, faciunt 7; scribe ergo 7 infrà: item 3 & 3, faciunt 6; scribe ergo 6 infrà: item 4 & 2, faciunt 6; scribe ergo 6 infrà. Sic etiam in exemplo B dic: 4 & 2 & 1, faciunt 7; scribe ergo 7 infrà: item 3 & 0 & 0, faciunt 3; scribe ergo 3 infrà: item 7 & 3 & 2 faciunt 12; scribe ergo 2, & retine 1: item 0 & 5 & 2, & 1 antea retentum, faciunt 8; scribe ergo 8 infrà: item 8 & 2 & 1, faciunt 11; scribe ergo totum infrà, ut mox dicetur. Ratio hujus retentionis in mente, & subscribendi modi est, ut unitates correspondeant unitatibus, denitates denitatibus, centenarij centenarijs &c. Considera etiam reliqua exempla, in quibus hæc omnia videbis observata.

Tertiò. Si ex additione figurarum ultimi loci procreatur numerus qui pluribus quàm unâ figuris scribendus est, nil retine memoriâ, sed omnes illas figuras scribe sub linea, ut vides factum in exemplis B & D, in quorum primo quoniam ex additione 8 & 2 & 1, resultant 11, in secundo verò quoniam ex 9 & 8

resul-

resultant 17; subscribitur in uno 11, in altero 17. Ratio est, quia nullus alius tunc sequitur numerus, cui sit facienda additio ejus figuræ, quæ retineretur.

Quartò. Si in una aut altera serie numerorum qui adduntur, reperitur excessus ad sinistram, ut in exemplo C & E, eum scribe infra lineam ad summam versus sinistram eodem ordine, quo supra lineam scriptus reperitur; nisi ex proximè antecedente summa retinueris aliquid memoriâ: tunc enim addendum est illud dicto excessui, & totum aggregatum infra lineam scribendum, ut in exemplis C & E factum vides.

Quintò. Zerum inter numeros addendos occurrentem nihil cura, sed scribe sub linea solùm figuras significativas, vel earum summâ modo dicto, ut vides factum in exemplo B. Quòd si in tota aliqua serie numerorum sibi invicem suppositorum reperiuntur meri Zeri sine figura significativa, ut in exemplo D; pone infra lineam unum Zerum tantùm, nisi fortè ex præcedenti operatione habeas aliquam figuram mente retentam; tunc enim loco Zeri ponere debes illam figuram, ut factum est in exemplo E.

Examen sive Proba Additionis.

EXamen sive Probationem Additionis ad

pro-

probandum videlicet an rectè peracta sic, nec nè, sic instituęs. *Primò*, rejice ex omnibus, numeris supra lineam positis 9, quoties potes nullâ habitâ ordinis aut loci ratione, & reputando singulas figuras pro monadicis, hoc est, ac si singulæ significarent unitates; residuum verò infra 9, quodcunque illud sit, pone ante crucem, ut factum vides in omnibus exemplis suprà positis. *Secundò*, rejice ex tota summa infra lineam posita similiter 9, quoties potes, eâdem servatâ cautelâ, & residuum pone post crucem. Si ambo residua fuerint æqualia, probabile est, fuisse ritè peractam additionem; sin minùs, erratum est, ac proinde reiteranda operatio. Ratio hujus rei est, quia novenarius numerus habet hanc proprietatem, ut si ex quocunque numero rejiciantur 9 dicto modo, quoties fieri potest, perinde sit ac si ex eodem numero extrahantur tot novenarij, quot in illo continentur: sic si ex hoc numero, 38, rejiciantur 8, & 1 ex 3, remanent 2; & si ex eodem numero extrahantur 9, quoties id fieri potest, nempe quater, remanent similiter 2. Quoniam igitur *totum est æquale omnibus partibus simul sumptis*, summa autem infra lineam est totum, & numeri supra lineam sunt ejus partes; item quoniam *si ab æqualibus auferantur æqualia, remanent æqualia*; si tam ex tota summa

ma Infra, quàm ex omnibus numeris supra lineam scriptis abjiciantur omnes novenarij, & residua sint æqualia, signum est summam esse æqualem partibus, ac proinde operationem fuisse ritè peractam. Alij loco Examinis repetunt additionem.

Potest etiam Additio examinari per subtractionem, de qua sequenti Articulo. Nam si duo tantùm numeri sunt additi, & unus subtrahatur ab altero; debet remanere residuum æquale alteri. Si verò plures sunt additi, & unus subtrahatur ex eorum summa, reliqui verò colligantur in unam summam; debet hæc esse æqualis residuo ex subtractione, alioquin certissimò erratum est.

Annotationes.

I. SI valde multæ sunt numerorum addendorum series sibi invicem suppositæ, dividi possunt in plures classes lineis interpositis, & singularum classium summæ fieri separatim, ac demùm omnes hæ summæ in unam colligi.

II. Alij alios præscribunt additionis modos. Sed noster est communiter usitatus, alij solùm ad ingenium ostentandum inventi.

Arti-

Articulus III.

De Subtractione numerorum integrorum.

Subtractio, sive subductio, Græce ἀφαίρεσις, est minoris numeri ex majori, vel æqualis ex æquali ablatio, ad explorandum quid remaneat, aut quæ sit inter utrumque differentia. In Subtractione igitur tantùm duo interveniunt numeri; alter à quo fit Subtractio, & appellatur superior, quia superiori scribitur loco; & alter qui subtrahitur, appellaturque vel inferior, quia scribitur in loco inferiori, vel subtrahendus, quia debet subtrahi ab altero. Numerus qui post Subtractionem remanet (si quis remanet) vocatur Residuum, & Differentia. Dixi, *minoris numeri ex majori, vel æqualis ex æquali*, quia major à minori non potest subtrahi, nisi augeatur minor. Porrò inter duas numerorum series ille est major, qui plures habet figuras; aut si æquales sunt quoad figurarum multitudinem, cujus ultima ad sinistram figura major est; aut si & hæ æquales, cujus penultima est major; aut si & hæ etiam æquales, cujus antepenultima: verbo, in quo primo major figura occurrit, ille major est numerus.

Subtractionem porrò sic instituës: *Primò*, Col-

Colloca numerum minorem ſub majori ita, ut unitates reſpondeant unitatibus, denitates denitatibus &c. & ſi quis fuerit in ſuperiori exceſſus, relinquatur is à parte ſiniſtra, ut apparet in ſequentibus exemplis.

	4 2 5 6			2 4 3	
A.	2 1 3 2	8X8	B.	5 2	0X0
	2 1 2 4			1 9 1	

	3 2 5 2			2 8 4 5 6	
C.	1 1 5 2	3X3	D.	6 5 3 4	7X7
	2 1 0 0			2 1 9 2 2	

Secundò. Duc ſub numeris ita collocatis lineam, & incipe ſubtractionem à dextera verſus ſiniſtram, tali pacto. Si inferior figura eſt minor quàm ſuperior cui directè eſt ſuppoſita, ſubtrahe eam ex ſuperiori, & reſiduum ſcribe directè infra lineam, ut vides factum in exemplis A, & B, & D. Si æqualis eſt inferior ſuperiori, pone pro reſiduo zerum infra lineam, ut factum vides in exemplo C. Si inferior aliqua figura major eſt quàm ſuperior ſibi correſpondens, aſſume decem ad ſuperiorem figuram, & ex toto aggregato ſubtrahe inferiorem, ut factum vides in exemplis B, & D, ubi quia 5 non poſſunt ſubtrahi à 4, aſſumpta ſunt 10 ad 4, & factâ ſubtractione à 14, remanſe-

runt

runt 9. Quotiescunque verò superior reliqua figura augetur denario numero, debet sequens superior figura minui unâ unitate, & ex residuo debet subtrahi sequens figura inferior, ut factum vides in exemplo D: vel si nulla superest inferior figura subtrahenda, debet ipsum residuum poni infra lineam, ut factum vides in exemplo B, in quo quia ad 4 assumpta sunt decem, sequens figura, 2, minuta est unitate, & residua unitas posita est infra lineam.

Sed rem meliùs, in gratiam Tyronum, declaremus practicè in exemplo D. Dic ergo, incipiendo à dextera, 4 à 6, remanent 2; scribe ergo 2 infrà. Dic iterum, 3 à 5; manent 2; quæ scribe similiter infrà. Dic tertiò, 5 à 4, non possunt subtrahi; assume ergo decem ad 4, ut fiant 14, & dic: 5 à 14, manent 9, quæ scribe infrà. Dic quartò, 6 à 7 (non ab 8, nam hæc figura minuta fuit unâ unitate) manet 1; quod scribe infrà. Demum quia nulla figura inferior superest, scribe superiorem residuam, 2, infra lineam. Eodem modo proceditur in exemplo B; nam subtrahe 2 à 3, & manet 1; iterum subtrahe 5 à 14 (assumptis decem ad 4) & manent 9: tandem residuum est 1, non 2, quia figura, 2, minuta est unitate; scribitur ergo 1. infrà lineam.

Ter-

Tertiò. Si inferior figura eſt zerus, ſuperiorem ipſi correſpondentem ſcribe integrè ſub linea tanquam reſiduum, ut factum vides ex exemplo C: niſi diminuta fuerit ſuperior figura unitate; tunc enim ſcribendum eſt infrà ſolùm reſiduum ex diminutione, ut in Exemplo E: ubi quia 9 non poſſunt ſubtrahi ab 8, ſed ab 18, ſequens figura ſuperior, 3, minuta eſt unitate, ideoque ſubtracto zero, debent poni infra lineam, 2.

5	6	3	8	
1	2	0	9	E
4	4	2	9	

Si ſuperior figura eſt zerus, & inferior correſpondens eſt figura ſignificativa, aſſume decem ad zerum, & ſubtrahe inferiorem à 10, ut factum vides in exemplo F; in quo quia 7 non poſſunt ſubtrahi à 0, ſubtrahuntur à 10, & deinde 1. ſubtrahitur à 2. Si deniq; tam ſuperior, quàm inferior figura eſt zerus, pone infra lineam zerum, ut factum vides in proximè præcedente excemplo F.

2	0	3	0	9	
1	0	1	7	2	F
1	0	2	3	7	

Quartò. Si finitâ ſubtractione omnium inferiorum figurarum à ſuperioribus, remanet adhuc aliquis exceſſus in ſuperiori numero; pone illum integrè, quantuſcunque ſit, infra lineam ad reſiduum verſus ſiniſtram, ut factum eſt in exemplo D.

Examen.

Examen subtractionis.

EXamen subtractionis fit *primò* per Additionem. Si enim residuum ex subtractione addas numero illi qui subtractus fuit, & resultet numerus ille à quo fuit facta subtractio; certum est, operationem fuisse bonam, eò quòd tunc partes simul sumptæ sint æquales suo toti.

Secundò per abjectionem novenarij. Si enim abjicias 9, quoties potes, primò ex solo numero superiore à quo facta est subtractio, deinde ex duobus reliquis simul, & invenias residua æqualia; probabile est operationem fuisse bonam.

Tertiò, per aliam subtractionem. Si enim Residuum subtrahas à numero superiore, à quo fuit facta subtractio, & remaneat numerus æqualis subtracto; ritè peracta fuit Subtractio.

Annotationes.

I. ALij, quando inferior figura major est superiore sibi correspondente, assumunt decem ad superiorem, ut nos, & ex toto aggregato subtrahunt inferiorem; at superiorem sequentem non minuunt unitate, sed inferiori sequenti addunt unita-

unitatem, & aggregatum ſubtrahunt à ſuperiori ſequenti integra: aut ſi nulla ſuperſit figura inferior, ponunt loco illius 1. *& à ſuperiore ſubtrahunt. Sed hic modus non eſt in ſubſtantia diverſus à noſtro; eadem enim ſemper inter ſuperiorem & inferiorem figuram differentia eſt, ſive à ſuperiore unitatem auferas, ſive inferiori unitatem addas.*

II. Si plures figuræ ſignificativæ ſubtrahendæ ſint à pluribus cifris, ut ſi à 50008 *ſubtrahenda ſint* 15432; *eadem ſervanda ſunt quæ diximus ſuprà:* Unde *ſic procedes in dicto exemplo. Subtrahe* 2 *ab* 8, *remanent* 6: 3 *à* 10, *remanent* 7: 4 *à* 9, *remanent* 5: 5 *à* 9, *remanent* 4: 1 *à* 4, *remanent* 3.

5 0 0 0 8	
1 5 4 3 2	4X4
3 4 5 7 6	

Si à 2116. *ſubtrahenda ſint* 2049, *ſic procede.* 9 *à* 16, *remanent* 7; 4 *à* 10, *remanent* 6; 0 *à* 0, *remanet* 0: 2 *à* 2, *remanet* 0.

2 1 1 6	
2 0 4 9	1X1
0 0 6 7	

III. In Subtractione non niſi duæ numerorum ſeries interveniunt, ut ſuprà etiam dixi. Itaque ſi aliquis numerus ſubducendus eſt à pluribus numeris, vel plures numeri ex uno, priùs in unam ſummam colligi debent illi plures, & deinde Subtractio inſtituenda.

IV. Sunt adhuc alij modi Subtractionis, quos omitto, quoniam plùs ingenij habent, quàm utilitatis. Noſter communis eſt, & univerſalis.

Articulus IV.

De multiplicatione numerorum integrorum.

MUltiplicatio, Græcè πολλαπλασιασμὸς, est ductus duorum numerorum in se invicem, ad inveniendum aliquem tertium numerum, in quo alter illorum toties continetur, quoties in altero unitas. Sic si multiplicentur 8 per 4, seu si ducantur 4 in 8, invenitur numerus 32, in quo numero toties continentur 4, quoties in 8 unitas; vel in quo toties continentur 8, quoties in 4 unitas. In idem recidit, si dicas: Multiplicare unum numerum per alterum, est, toties sumere unum illorum, quoties alter continet unitatem. Sic multiplicare 8 per 4, est sumere octo quater, vel quatuor octies, & efficere 32, in quo numero, octo continentur quater, & quatuor continentur octies. In Multiplicatione ergo interveniunt duo numeri, & reperitur tertius. Ille qui multiplicatur, hoc est, aliquoties sumitur, appellatur Multiplicandus; alter per quem multiplicatur, appellatur Multiplicans, seu Multiplicator; tertius qui resultat, vocatur Factus, Quæsitus, Productus, Summa.

Aliquando tam Multiplicandus, quàm Mul-

Multiplicans, continet unam figuram, ut si multiplicanda sint 8 per 9: aliquando uterque plures continet figuras, ut si multiplicanda sint 1959 per 24: aliquando unus continet plures figuras, alter unam, ut si multiplicanda sint 3459 per 4. Pro singulis casibus præcepta trademus.

Primus casus, Quando uterque numerus unicâ figurâ constat.

IN hoc casu summa reperitur vel naturali judicio; vel ex frequenti usu; vel ex apposita Tabula, quam ab auctore Pythagoricam appellant; vel per Regulam pigri.

A. Tabula Pythagorica. C.

1	2	3	4	5	6	7	8	9
2	4	6	8	10	12	14	16	18
3	6	9	12	15	18	21	24	27
4	8	12	16	20	24	28	32	36
5	10	15	20	25	30	35	40	45
6	12	18	24	30	36	42	48	54
7	14	21	28	35	42	49	56	63
8	16	24	32	40	48	56	64	72
9	18	27	36	45	54	63	72	81

B. D.

USus hujus Tabulæ hic eſt. Quære in ſiniſtro latere A B multiplicandum, & in ſuperiori A C multiplicatorem (vel è contrario) & ab illo latere perge dextrorſum, ab hoc verò deorſum; invenies in communi quadrangulo concursûs ſummam quæſitam. Exempli gratiâ, ſint multiplicanda 8 per 4: quære 8 in latere A B, & 4 in latere A C; ac deinde ab 8 progredere dextrorſum, à 4 verò deorſum; & in quadratulo concursûs invenies 32. Eandem ſummam invenies, ſi ab 8 verſus dexteram numeres quatuor quadratula, aut à 4 deorſum numeres octo quadratula.

Regula Pigri.

REgula pigri ita ſe habet. *Primò.* ſcribe multiplicatorem ſub multiplicando, & ad latus pone utriusque differentiam à 10, ſeu reſiduum uſque ad 10, ut in ſequentibus exemplis factum vides. *Secundò.* Multiplica unum reſiduum per alterum, & ſummam totam, ſi unicâ figurâ ſcribi poteſt, ſubſcribe; ſi autem duabus figuris ſcribi debet, ſubſcribe dextimam, & mente retine ſiniſtimam. *Tertiò.* Adde inter ſe multiplicandum & multiplicatorem, & ſummam totam ſubſcri-

ſcribe, addito illo quod mente anteà retinuiſti. *Quartò*. Abjice ex tota ſumma infrà ſcripta figuram ultimam ad ſiniſtram, & reſiduum erit ſumma quæſita. Exempli gratiâ, ſint multiplicanda 8 per 7, aut 7 per 7, aut 9 per 5, aut 8 per 6, aut 8 per 4. Colloca numeros ut vides in ſequentibus exemplis A. B. C. D. E. & in primo exemplo multiplica 3 per 2, & ſummam 6 infrà ſcribe; deinde adde inter ſe 8 & 7, & ſummam 15 ſcribe infrà: demum abjice 1, & remanebunt 56 pro ſumma quæſita. Eodem modo procede in reliquis exemplis

	8 2		7 3		9 1
A.	7 3	B.	7 3	C.	5 5
	✝ 5 6		✝ 4 9		✝ 4 5

	8 2		8 2
D.	6 4	E	4 6
	✝ 4 8		✝ 3 2

Aliter.

Collocatis numeris, & factâ multiplicatione reſiduorum, ſubtrahe alterutrum reſiduum à numero ſibi per crucem oppoſito, & reſiduum ſcribe totum infrà, & habe-

bis summam quæsitam. Sic si in primo exemplo subtrahas 2 à 7, vel 3 ab 8, remanent 5. In secundo exemplo si subtrahas 3 à 7, remanent 4: In tertio si subtrahas, 1 à 5, vel 5 à 9, remanent 4. &c.

	A.		B.		C.
	8 2		7 3		9 1
A.	7 3	B.	7 3	C.	5 5
	5 6		4 9		4 5

Secundus casus, Quando unus numerus unam, alter plures figuras continet.

SI Multiplicandus plures figuras continet, & Multiplicator unam; hæc observa. *Primò.* Colloca duos numeros ita sub se invicem, ut vides in exemplis infrà positis. *Secundò.* Duc lineam infra numeros, & incipe operationem à dextera versus sinistram, sic. Duc inferiorem numerum in primam figuram superioris ad dexteram, & summam scribe infra lineam directè sub inferiore numero. Deinde duc eundem inferiorem numerum in secundam figuram superioris, & summam scribe directè infra lineam post summam priorem versus sinistram, ut in exemplis factum vides. Eodem modo procede usque ad finem. Et quidem si summa ex multipli-

tiplicatione unius figuræ per aliam resultans est unica figura, scribenda est integrè sub linea modo dicto, ut in exemplo A. Si autem sunt duæ figuræ, scribatur solùm prima, & secunda retineatur mente, summæque ex sequenti multiplicatione productæ addatur, ut in exemplo B. Si nulla supersit figura superior, summa ex ultima multiplicatione resultans scribatur integrè infra lineam, ut in eodem exemplo B factum est.

	4 2 3 2	2		3 7 2 4	7
A.	2	4 X 4	B.	3	3 X 3
	8 4 6 4	2		1 1 1 7 2	3

Sint igitur multiplicanda 4 2 3 2 per 2. Colloca numeros ut in exemplo A apparet, & dic: bis 2, faciunt 4; scribe ergo 4 infra lineam. Iterum bis 3, faciunt 6; scribe ergo 6 infrà. Iterum bis 2, faciunt 4; scribe 4 infrà. Tandem, bis 4 faciunt 8; & scribe 8 infra lineam. Sint iterum multiplicanda 3724 per 3. Colloca numeros ut in exemplo B, & dic: ter 4 faciunt 12; scribe ergo infra lineam 2, & retine 1. Iterum dic: ter 2 faciunt 6, & unum antea retentum, faciunt 7; scribe ergo 7 infrà, Iterum, ter 7, faciunt 21; scribe infrà 1, & retine 2. Tandem dic: ter 3, faciunt 9, & 2 antea retenta, faciunt 11; scribe ergo 11 infra

 line-

lineam. Simili modo procedes in omnibus alijs exemplis, quando multiplicator eſt ſolùm una figura.

Tertius caſus, Quando uterque numerus continet plures figuras.

PRimò. Colloca numeros modo dicto, & prout apparet in ſequentibus exemplis. *Secundò.* Ductâ infra eos lineâ, duc primam figuram inferioris in ſingulas figuras ſuperioris, & ſummas ſcribe infrà ut antea in ſecundo caſu. *Tertiò.* Duc ſimiliter ſecundam figuram inferioris numeri in ſingulas ſuperioris, & ſcribe ſummas infrà, incipiendo directè ſub ſecunda figura inferioris & ſuperioris, prout in exemplis factum vides. Simili modo procede cum alijs figuris inferioris numeri, ſi quæ ſuperſunt, ducendo illas in ſingulas ſuperioris, & ſummas ſcribendo infrà, ut in exemplo B. *Quartò.* Omnes ſummas infra lineam ſcriptas collige in unam ſummam, ut factum vides in utroque exemplo.

	4256	8
A.	24	3X33
	17024	6
	8512	48
	102144	

	72454	4
B.	247	7X77
	507178	4
	289816	16
	144908	
	17896138	

Sint

Sint igitur multiplicanda 4256, per 24. Colloca numeros, ut in exemplo A apparet, & ductâ infra eos lineâ, primò multiplica omnes ſuperiores figuras per 4, ac dic; quater 6, faciunt 24; ſcribe ergo 4 infrà, & retine 2. Iterum dic: quater 5 faciunt 20, & 2 antea retenta, 22; ſcribe ergo 2 infrà, & retine 2. Iterum dic, quater 2 faciunt 8, & 2 antea retenta, 10; ſcribe ergo 0 infrà, & retine 1. Iterum dic, quater 4 faciunt 16, & 1 antea retentum, 17; ſcribe ergo 17 infrà. His factis, procede ad ſecundam figuram multiplicatoris, eamque duc in omnes ſuperioris numeri figuras, dicendo: bis 6, faciunt 12; ſcribe ergo 2 infra lineam directè ſub 2, & ſub 5, & retine 1. Iterum, bis 5, faciunt 10, & 1 antea retentum, 11; ſcribe ergo 1 infrà, & retine 1. Iterum, bis 2, faciunt 4, & 1 antea retentum, 5; quæ ſcribe infrà. Tandem, bis 4, faciunt 8; quæ etiam ſcribe infrà. His etiam factis, duc lineam infra duas ſummas inventas, easque collige per additionem (de qua Artic. 2. egimus) in unam ſummam, incipiendo à dextra verſus ſiniſtram. Simili prorſus modo procede in exemplo B, in quo quia multiplicator continet tres figuras, habebis tres ſummas partiales.

Examen Multiplicationis.

PRimò. Rejice ex Multiplicando, 9, quoties potes, & residuum pone supra crucem. *Secundò*. Rejice ex Multiplicante similiter, 9, quoties potes, & residuum pone infra crucem. *Tertiò*. Duc in se invicem hæc duo residua, & ex summa resultante rejice, 9, & residuum pone ante crucem. *Quartò*. Rejice ex Facto seu summa partiali infra primam lineam scripta, 9, quoties potes, & residuum pone post crucem. Si duo residua ante & post crucem posita, fuerint æqualia, probabile est, multiplicationem fuisse ritè peractam. *Quintò*. Si multiplicatio fuit facta per plures figuras, rejice etiam 9 quoties potes, ex summa totali per Additionem collecta, & infra secundam lineam scripta; & residuum pone post crucem. Si hoc residuum fuerit æquale residuo ante vel post crucem posito, probabile est etiam Additionem fuisse bonam.

Fit etiam Examen per Divisionem, de qua Articulo sequenti. Si enim totalis summa producta dividatur per Multiplicandum, & redeat in Quotiente Multiplicator; aut si eadem summa dividatur per Multiplicatorem, & in Quotiente redeat Multiplicandus; certum est fuisse rectè peractã multiplicationẽ.

Anno-

Annotationes.

I.

SI in Multiplicando occurrant cifræ, ducatur Multiplicator in illas, sed loco producti scribatur cifra infra lineam; nisi ex præcedenti producto aliquid mente retentum fuerit; tunc enim loco cifræ ponendum est id, quod fuerat retentum. Utrumque *servatum vides in sequenti Exemplo* C, *in quo sic fuit instituta operatio. Bis* 2, *faciunt* 4; *bis* 0, *faciunt* 0; *bis* 2, *faciunt* 4; *bis* 8 *faciunt* 16; *scriptum ergo est* 6, *&* *retentum* 1; *bis* 0, *facit* 0, *&* 1 *antea retentum, facit* 1; *bis* 3, *faciunt* 6.

	308202
C.	2
	616404

II. Si in Multiplicatore occurrat cifra una, aut plures; cùm inter operandum ad eas deventum fuerit, pone loco producti infra lineam, unam cifram, & operationem prosequere cum reliquis figuris significativis, ut vides factum in exemplo D, *ubi secundo loco in Multiplicatore est* 0, *& loco ipsius infra lineam posita est cifra, & continuata operatio per tertiam figuram Multiplicatoris.*

	34567	
D.	108	7
	276536	0X00
	345670	0
	3733236	

III. Si in Multiplicatore, aut in Multiplicando, aut in utroque, fuerint aliquot Zeri in principio, hoc est, ad dexteram; tunc abjectis Zeris multiplicentur reliquæ figuræ inter se, & summæ productæ apponantur ad dexteram omnes zeri abjecti. Ut *si multiplicandus sit numerus* 3462, *per* 2000; *rejectis tribus Zeris ex Multiplicatore, multiplicetur datus numerus per* 2, *& summæ productæ* 6924, *apponantur ad dexteram iidem Zeri hoc modo,* 6924000. *Sic etiam si multiplicanda sint* 420000, *per* 32; *rejectis quatuor Zeris, multiplicentur* 42, *per* 32, *& Producto numero* 1344, *apponantur quatuor Zeri hoc modo,* 13440000. *Eodem modo si multiplicanda sint* 420000, *per* 32000; *rejectis septem Zeris, multiplicentur reliqui numeri inter se, & Producto addantur totidem Zeri sic,* 1344000000.

IV. Si numerus aliquis multiplicandus est per 10, *vel* 100, *vel* 1000 *&c. sufficit Multiplicando addere ad dexteram tot cifras, quot continentur in Multiplicatore, sine ulla alia operatione; quia unitas non multiplicat, sed ducta in aliquem numerum, producit eundem.*

Articulus V.

De Divisione numerorum integrorum.

DIvisio (Græcè διαίρεσις) unius numeri per

per alium, ſcilicet majoris per minorem, eſt inquiſitio & inventio alicujus tertij numeri, qui unitatibus ſuis exprimit, quoties minor in majori contineatur. Ut gratiâ exempli, diviſio numeri 20 per 4, eſt inquiſitio & inventio numeri 5, qui quinque ſuis unitatibus quibus conſtat, exprimit quòd 4 in 20 contineantur quinquies. Numerus qui dividitur, appellatur Dividendus; numerus per quem dividitur, Diviſor; numerus qui per diviſionem inquiritur ac reperitur, Quotus, ſeu Quotiens. Ex quibus patet, Diviſionem nihil aliud eſſe, quàm diſtributionem numeri Dividendi in partes, à Diviſore denominatas.

Diviſor aliquando eſt unica figura, aliquando plures. De utroque caſu regulas trad
demus, ac primùm de primo.

Caſus primus, Quando Diviſor eſt unica figura.

PRoponam priùs omnes regulas ſervandas in hoc caſu; deinde unum aut alterum exemplum ſubjiciam.

Primò. Pone Diviſorem ſub Dividendo ad ſiniſtram, ita tamen, ut ſi eſt minor quàm ultima figura Dividendi, aut ipſi æqualis, ſub illa directè collocetur, ut vides factum in exem-

exemplis A & E: si verò est major, collocetur sub penultima, ut vides factum in exemplis B, C, & D.

Secundò. Forma dimidiam lunulam ad dexteram Dividendi, ut in ijsdem exemplis factum vides; & inquire, quoties Divisor contineatur in numero illo, sub quo est positus, sive hic sit unica figura, ut in exemplis A & E, sive duæ, ut in reliquis exemplis; & Quotum seu Quotientem inventum (hoc est, nnmerum qui indicat quoties Divisor contineatur in numero sibi supraposito) scribe post lunulam, ut in omnibus exemplis factum est.

468 (2 A. 2	2424 (8 B. 3	2434 (6 C. 4
3434 (8 D. 4	2124 (1 E. 2	

Tertiò. Duc Quotum in Divisorem, & Productum subtrahe ab illa, aut illis figuris Dividendi, sub qua vel quibus positus est Divisor; & si quid remanet post subtractionem, scribe id supra illas figuras, à quibus facta est subtractio; si autem nihil remanet, scribe zerum suprà. Deinde dele Divisorem, & illam partem Dividendi, à qua facta est subtra-

tractio, relicto eo quod positum fuit suprà post subtractionẽ, ut vides in dictis exemplis.

0 468 (2 A. 2	00 3424 (8 B. 3	00 3434 (6 C. 4

02 D. 3434 (8 4	0 E. 2124 (1 2

Ut in exemplo A, duc Quotum 2, in Divisorem 2, & productum 4 subtrahe à primo ad sinistram membro Dividendi, quod est 4: remanebit 0, seu nulla, quam scribes supra 4, delebisque 2 & 4 inductione virgulæ transversæ. Simili modo procedes in alijs exemplis.

Quartò. Promove Divisorem, & colloca eum sub proximè sequenti figura Dividendi non deleta, & operare ut antea, si post priorem operationem nihil remansit suprà scriptum, ut vides in sequentibus exemplis A & B esse factum. Si autem aliquid remansit, vide quoties Divisor contineatur in toto illo numero sub quo est positus, nempe in aggregato ex figura Dividendi sub qua positus est Divisor, & ex figura antea relicta, ut vides in sequenti exemplo D.

Quin-

Quintò. Si Divisore promoto nihil accipi possit, quod ponatur post lunulam pro Quoto, eò quòd major sit Divisor, quàm figura Dividendi cui suppositus est; pone cifram post lunulam, & relicto Dividendo immoto promove Divisorem, & colloca eum sub proximè sequenti figura Dividendi, & vide quoties contineatur in Dividendo duabus jam figuris constante, ac operare ut suprà, ut factum vides in sequentibus exemplis D. & E.

0 468 (23 A. 222	000 3434 (81 B. 333	00 3434 (60 C. 444

2 3434 (85 D. 444	0 3124 (10 E. 222

Sextò. Si peractâ totâ divisione remansit aliquid supra Dividendum post subtractionem relictum, pone illud post Quotum supra lineolam transversam, & infra eandem lineolam pone Divisorem, ut vides factum in sequenti exemplo B, C, & D. Significat, quòd in exemplo B pars tertia totius numeri divisi sint $811\frac{1}{3}$; & in exemplo C pars quarta sit

ſit 608 $\frac{2}{4}$, ſeu $\frac{1}{2}$; & in exemplo D. pars quarta ſit 858 $\frac{2}{4}$, ſeu $\frac{1}{2}$. Vel ſignificat, quòd factâ diviſione totius Summæ dividendæ in tot partes, quot unitates continet Diviſor, remanent aliquæ partes, quæ dividi debeant in alias minores partes, & iterum dividi per eundem Diviſorem, eo modo, quo dicemus cap. ſequenti de numeris fractis agentes. Sic ſi in exemplo B diviſi eſſent floreni 2434, inter tres, factâ diviſione remaneret unus florenus dividendus iterum inter tres, qui proinde ad minores partes, v. g. ad bacios eſſet redigendus.

Itaque peractâ totâ diviſione, ſic ſtabunt quinque exempla hactenus poſita.

A.
```
  o o o
  4 6 8  (234.
  2 2 2
```
B.
```
    o o 1
  2 4 3 4  (811 1/3.
    3 3 3
```
C.
```
  o   2
  2 4 3 4  (608 2/4.
    4 4 4
```
D.
```
  2   2
  3 4 3 4  (858 2/4.
    4 4 4
```
E.
```
  o   o o
  2 1 2 4  (1062.
  2 2 2 2
```

Explicemus nunc unum, aut alterum, ex poſitis exemplis. Sint dividenda 468, per 2.

Colloca numeros ut hîc vides in F. Deinde

F. 4 6 8 (2 | dic: 2 in 4 continentur
2 | bis; scribe ergo duo post

lunulam pro Quoto, & multiplica hunc Quotum per Divisorem, nempe 2 per 2, fiunt 4, quæ scribe infra 2, ut vides in G; aut mente retine: subtrahe jam hæc 4 à figura Dividendi cui subscriptus est Divisor, nempe à 4, & nihil remanet; scribe ergo zerum seu cifram

Ia. Operatio. | supra 4, & dele Dividen-
0 | dum 4, Divisorem 2, & Pro-
G. 4 (2 | ductum multiplicationis 4,
2 | ut factum vides in G; &
4 | peracta erit prima opera-

tio. His factis, promove Divisorem infra 6,

0 | stabitque exemplum ut in H.
468 | Dic iterum: 2 in 6, continen-
H. 22 (2 | tur ter; scribe ergo 3 post lu-
4 | nulam, ut in I apparet; &

multiplica 2 per 3, fient 6; quæ scribe infra 2 & 6, ut ibidem apparet: subtrahe jam 6 à 6

IIa. Operatio. | suprapositis, & nihil rema-
0 0 | net; scribe ergo zerum su-
468 | pra 6, & dele 6, & 2, & 6, ut
I. 22 (23. | factum vides; eritque per-
46 | acta 2da operatio. Tandem

promove Divisorem 2 infra 8, & operare ut antea, stabitque exemplum ut in præcedenti exemplo A; & erit peracta tertia & ultima operatio.

In

In primo exemplo C. pone Divisorem 4 non sub 2, sed sub 4, ut stet infra 24. Vide ergo, quoties contineatur 4 in 24, & operare ut in præcedenti exemplo. Promove deinde 4 infra 3; & quia 4 in 3 non continetur, cùm 4 major sit numerus quàm 3, ideo relinque 3, & promove 4 infra 4, ut stet infra 34, & operare ut antea.

In exemplo D, pone Divisorem 4 infra 4, ut stet infra 34, & factâ operatione, remanebunt 2 supra 4. Promove dein Divisorem infra 3, stabitque infra 23. Operare ergo ut antea, & remanebunt 3, promotusque Divisor stabit infra 34.

Casus secundus, Quando Divisor continet plures figuras.

PRimò. Colloca Divisorem infra Dividendum ita, ut ultima illius figura correspondeat ultimæ Dividendi, & penultima penultimæ &c. ut apparet in exemplo A. Quòd si totus Divisor major est quàm illa pars Dividendi, cui responderet, si dicto modo collocaretur; debet uno loco magis versus dexteram collocari, ut apparet in exemplis B.

	Ia. Operatio			Ia. Operatio.	
A.	4 8 3 0	(2	B.	3 2 8 4	(7
	2 4			4 3	

 Secun-

Secundò. Vide, vel quoties totus Divisor contineatur in parte illa Dividendi, cui est suppositus; vel certè, quoties ultima ad sinistram figura Divisoris contineatur in illa figura aut figuris Dividendi, quibus supposita est; & Quotum pone post lunulam. Sic in exemplo A videndum, vel quoties 24 contineantur in 48, vel quoties 2 in 4; & in exemplo B videndum, vel quoties 43 contineantur in 328, vel quoties 4 in 32; & post lunulam scribendum est in primo exemplo 2, in secundo exemplo 7, & non ampliùs, propter causam postea dicendam.

Tertiò. Multiplica Quotum inventum in omnes figuras Divisoris more consueto in Multiplicatione ordinaria; & Productum vel scribe infrà, ut apparet in exemplis C & D; vel mente retine. Deinde subtrahe Productum ab illa parte Dividendi, cui suppositus est Divisor, more etiam ordinario in Subtractione, & residuum, scribe infrà, deleque & partem Dividendi à qua facta est subtractio, & Divisorem, & Productum infra Divisorem, ac solùm relinque residuum infrà scriptum, ut apparet in ijsdem exemplis C & D.

2da. Ope-

2ª. Operatio.	2ª. Operatio.
4830	3384
C. 24 (2.	D. 43 (7.
48	404
00	027

Quartò. Reſiduo poſt ſubtractionem infra lineam ſcripto appone ad dexteram, proximam Dividendi figuram poſt figuras deletas, ut vides factum in exemplis E & F. Efficiet itaque reſiduum illud cum proximè dicta Dividendi figura, novum Dividendi membrum, cui ſupponi debet Diviſor. Deinde novo huic Dividendi membro ſubſcribe totum Diviſorem antiquum, ita ut prima ſeu dextera figura hujus ſtet ſub prima ſeu dextera illius, & ſecunda ſub ſecũda &c. ut vides in iisdem exemplis E & F factum. Demum vide iterum, ut antea, quoties vel totus Diviſor ſub toto membro Dividendi ſibi correſpondente, vel ultima ad ſiniſtram figura Diviſoris contineatur in illa figura aut figuris Dividẽdi, quibus ſuppoſita eſt; & Quotum ſcribe poſt lunulam, ut vides factum in exemplo F; eumque duc in omnes Diviſoris figuras, & productum infrà ſcribe, ac ſubtrahe à Dividendi membro ſibi correſpondente, reſiduumque ſcribe infrà ut antea, prout factum vides in exemplo H. Quòd ſi Diviſor

major eſt quàm Dividendi membrum cui ſubſcriptus eſt, ſcribe poſt lunulam zerum, ut vides factum in exemplo E ; & omiſsâ omni aliâ operatione ſcribe adhuc aliam proximè ſequentem Dividendi figuram ad reſiduum antea infra lineam ſcriptum, & promove Diviſorem ut dictum, & operare ut antea, ut vides factum in exemplo G.

3ª. Operatio.	3ª. Operatio.
4830	3284
E. 24 (20.	F. 43 (76
48	301
0.03	0274
24	43
	258

4ª. Operatio.	4ª. Operatio.
4830 (201 $\frac{6}{24}$ vel $\frac{1}{4}$	3284
G. 24	43
48	301
0030	284
24	43
24	258
06	016

Sed reſumamus, in gratiam Tyronum, exemplum A, & particulatiùs explicemus.

Sint

Sint igitur dividenda 4830 per 24. Colloca numeros, ut vides in A, & dic: 24 in 48, vel 2 in 4, continentur bis; ſcribe ergo 2 poſt lunulam. Multiplica jam 24 per 2, producentur 48, quæ ſcribes infrà, ut vides in C. Subtrahe hæc 48 à 48 ſupra ſcriptis, & nihil remanebit; ſcribe ergo infrà 00, ut in eodem C, & dele figuras quas ibi deletas vides. Duobus 00 adde ad dexteram 3, nempe proximum numerum Dividendi non deletum, & ſubſcribe Diviſorem ut vides in E, & dic: 24 in 3, non continetur; ſcribe poſt lunulam zerum, ut ibidem vides, & prædictæ figuræ 3, adde ad dexteram 0, nempe ultimam dividendi figuram, ac promove diviſorem, ut in G vides, & dic: 24 in 30, continetur ſemel; ſcribe ergo 1 poſt lunulam; & quoniam 1 non multiplicat, ſubtrahe 24 à 30, remanent 6, quæ ſcribe poſt Quotum ſupra virgulam transverſam, & ſubſcribe diviſorem, ut in G vides factum. Simili modo procede in exemplo B, & in omnibus alijs ſimilibus exemplis.

Examen Diviſionis.

DUc Diviſorem in Quotum inventum, & numero ex multiplicatione reſultanti adde reſiduum ex diviſione, ſi quid remanſit: ſi tota ſumma fuerit æqualis dividendo, cer-

tum est fuisse bonam operationem. Sic si in exemplo proximè proposito ducas 24 in 201, producentur 4824; quibus si addas 6 quæ remanserunt, prodibunt 4830, nempe Dividendus.

Annotationes.

I. PRo Quoto nunquam in particularibus operationibus poni debet post lunulam plùs quàm una figura, atque adeo Quotus particularis nunquam erit major quàm 9, tametsi Divisor aliquando videatur contineri sæpius in numero Dividendi sibi directè suprapositio.

II. Id quod remanet tàm post singulas operationes, quàm post totam divisionem peractam, debet esse minùs quàm totus Divisor, alioquin erratum fuit, & signum est Quotum in operatione aliqua particulari acceptum fuisse nimis parvum, ac proinde major accipi debet, reiterando operationem.

III. Quando aliquo Quoto particulari accepto, & factâ multiplicatione illius in Divisorem, summa resultans est major quàm pars illa Dividendi à qua debet fieri subtractio; signum est, Quotum acceptum esse nimis magnum; ac proinde minor accipi debet.

IV. Quotus totalis peractâ totâ divisione, debet habere tot figuras, quoties Divisor sub Dividendo

dendo fuit positus, sive divisio fiat per unicam figuram, sive per plures. Unde *statim à principio sciri potest, quot figuras debeat habere Quotus qui quæritur.*

V. Quando minor numerus per majorem proponitur dividendus, ut 48 *per* 60, *non potest fieri divisio, sed ponendus est dividendus supra divisorem, interjectâ lineolâ sic,* $\frac{48}{60}$. *Significat, divisorem non contineri in dividendo, nè semel quidem, debereque dividi dividendum in alias partes minores ac plures, ut fieri possit divisio.*

VI. Cùm magnus numerus dividendus est per magnum numerum, expedit ut factâ unâ aut alterâ operatione particulari examinetur divisio facta, antequàm ulteriùs procedatur, nè si erratum fuit, error ulteriùs propagetur. Examinatur autem pars divisionis non aliter, quàm tota divisio.

VII. Si Divisor habet unam aut plures cifras ad dexteram, possunt auferri, & à dividendo possunt abscindi totidem figuræ ad dexteram, & cum reliquis figuris instituti potest operatio. Sed tunc peractâ totâ divisione debent figuræ ex dividendo abscissæ poni supra lineolam transversam pro residuo, illusque præponi ad sinistram si quid remansit post divisionem, & infra lineolam poni divisor. Ut *si dividenda sint* 359 *per* 20; *fiat divisio per* 2, *& seponatur dextima dividendi figura* 9; *& quia factâ divisione remanet* 1, *erit totum residuum* $\frac{19}{20}$

VIII. Si ultima Divisoris nota ad sinistram

 fuerit

fuerit 1, & reliqui meri Zeri; peracta est divisio, si à dextra dividendi rejiciantur tot figuræ, quot zeros habet divisor, & ex figuris rejectis ac integro divisore fiat fractio. Ut *si dividenda sint* 4983 *per* 10; *provenient pro Quoto* $498\frac{3}{10}$: *si per* 100; *erit Quotus* $49\frac{83}{100}$.

IX. *Quando Divisor continet plures figuras, alij sic procedunt. Quotum particularem quemlibet ducunt in singulas figuras Divisoris, incipiendo à sinistra versus dexteram, & residuum scribunt supra Dividendum. Sed tunc oritur maxima confusio, propter tot suprascriptiones; & si erratur semel, difficulter error corrigi potest, nisi incipiatur de novo.*

X. *Quando inquiritur, quoties figura sinistra Divisoris contineatur in illa aut illis figuris dividendi, sub quibus est posita, debet haberi respectus ad sequentem figuram divisoris, & videndum num & ipsa toties contineatur in illa parte dividendi, quæ ipsi correspondet. Sic in exemplo B suprà posito,* 4 *continentur quidem octies in* 32, *at quia* 3 *quæ sequuntur post* 4. *non continentur octies in sequenti figura dividendi, nempe in* 8, *ideo non possunt poni* 8 *pro Quoto, sed tantùm* 7, *quia in* 8 *unà cum residuo ex* 32, *continetur septies. Quòd si nè septies quidem contineretur, ponenda essent pro Quoto tantùm* 6.

XI. *Quotus particularis in singulis operationibus, in quo inveniendo consistit tota difficultas*

divi-

divisionis, facile invenitur, I. Si incipias multiplicare Divisorem totum per 2, per 3, per 4 &c. donec invenias in producto vel precisè dividendum ipsi directè suprascriptum, vel proximè minorem numerum: tunc enim Quotus est ille numerus, per quem ultimò multiplicasti divisorem. II. Ex tabula Pythagorica extensa, aut ex tabellis Neperianis, de quibus infrà. III. Si Quotus verisimiliter acceptus ducatur mentaliter in primam & secundam figuram divisoris à sinistris, ut videatur num summa resultans subduci possit à suprascripto numero. IV. Per subtractionem, si divisor à dividendo subducatur quoties potest; tot enim unitates continere debet Quotus, quoties divisor fuit subductus à dividendo. Ex quo patet, divisionem esse compendiosam subtractionem.

CAPUT II.

De elementis numerorum fractorum.

NUmerus fractus (qui & fractio, & minutia dicitur) est pars, aut partes alicujus integri in plures partes æquales divisi; cujusmodi sunt hi numeri: $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{2}{4}, \frac{3}{4}, \frac{4}{5}$, *&c.*

Arti-

Articulus I.

De Scriptione & Numeratione fractorum numerorum.

AD ſcribendum quemque numerum fractum duo requiruntur numeri; quorum unus ſcribitur ſupra lineam, & dicitur Numerator; alter infra lineam, & dicitur Denominator. Tales ſunt numeri paulò antè poſiti, & ita pronuntiantur ſeu leguntur: Una ſecunda, una tertia, una quarta, duæ quartæ, tres quartæ, quatuor quintæ. Eodem modo leguntur ac enuntiantur omnes aliæ fractiones. Inferior numerus in fractionibus vocatur Denominator, ut diximus, quia nominat in quot partes æquales diviſum ſit integrum: ſuperior verò appellatur Numerator, quia numerat partes acceptas ex partibus, in quas totum diviſum eſt.

Articulus II.

De æſtimatione ſeu valore numerorum fractorum.

QUando Numerator alicujus minutiæ ſeu fractionis eſt æqualis Denominatori, minutia æquivalet integro. Sic $\frac{3}{3}$ æquivalent uni integro diviſo in tres partes æquales.

Quan-

Quando Numerator eſt minor Denominatore, tunc minutia eſt minor uno integro. Sic $\frac{2}{3}$ minus eſt, quàm integrum diviſum in tres æquales partes.

Quando Numerator eſt major Denominatore, tunc minutia eſt major quàm unum integrum. Sic $\frac{4}{3}$ plùs ſunt, quàm unum integrum diviſum in tres partes.

Augetur Minutiarum valor, quando Numeratore manente eodem, minuitur Denominator; item quando Denominatore manente eodem, augetur Numerator. Sic in his fractionibus, $\frac{1}{6}, \frac{1}{5}, \frac{1}{4}, \frac{1}{3}, \frac{1}{2}$; item in his, $\frac{1}{7}, \frac{2}{7}, \frac{3}{7}, \frac{4}{7}, \frac{5}{7}, \frac{6}{7}$, quælibet poſterior eſt major priore.

Minuitur Minutiarum valor, quando Numeratore manente eodem, Denominator augetur; item quando Denominatore manente eodem, Numerator minuitur. Sic in his fractionibus, $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}$, &c. in his $\frac{7}{8}, \frac{6}{8}, \frac{5}{8}$, &c. quælibet poſterior priore minor eſt.

Minutiæ quæcunque, quarum unius Nemerator ad ſuum denominatorem habet eandem proportionem, quam reliquarum Numeratores ad ſuos denominatores, inter ſe æquales ſunt. Sic hæ minutiæ, $\frac{1}{2}, \frac{2}{4}, \frac{3}{6}, \frac{4}{8}, \frac{5}{10}, \frac{8}{16}, \frac{50}{100}, \frac{100}{200}$, &c. omnes ſunt inter ſe æquales.

Si

Si tam Numerator, quàm denominator alicujus Minutiæ multiplicetur, aut dividatur per eundem numerum, procreatur alia minutia ejusdem valoris cum priori. Sic si hujus minutiæ, $\frac{6}{9}$, tam Numerator quàm Denominator multiplicetur per 3, producetur minutia $\frac{18}{27}$; si dividatur per 3, producetur hæc, $\frac{2}{3}$, quarum utraque est ejusdem valoris cum priori. Sed de hoc iterum Articulo 4.

Utra duarum minutiarum major sit, sic cognosces. Positis minutijs ordine, multiplica earum numeros in crucem, id est, Numeratorem prioris in Denominatorem posterioris & posterioris Numeratorē in prioris Dinominatorē, ponendo summam productā suprà, aut infrà minutias datas. Nam cujus Numerator majorem summam produxerit, ea minutia major erit. Si summæ productæ sunt æquales, etiam minutiæ æquales erunt. Inspice sequentia exempla.

$$\frac{2}{3} \times \frac{6}{8} \;\Big|\; \frac{1}{2} \times \frac{20}{41} \;\Big|\; \frac{2}{3} \times \frac{9}{12} \;\Big|\; \frac{2}{3} \times \frac{8}{12}.$$

16. 18. 41. 40. 24. 27. 24. 24.

Arti-

Articulus III.

Quâ ratione valor minutiarum majoris monetæ, ponderis, mensuræ &c. explorandus in minori moneta, pondere, mensura.

HAbes $\frac{2}{3}$ unius floreni, vis ſcire quot bacios faciant; item habes $\frac{3}{4}$ unius bacij, vis ſcire quot cruciferos faciant. Eadem eſt ratio de ponderibus, & menſuris. Multiplica Numeratorem per numerum illum, qui indicat quoties minor moneta &c. ad quam revocanda eſt fractio data, continetur in majori, & productum divide per Denominatorem, & Quotus indicabit valorem datæ minutiæ in minore moneta. Sic, quia unus florenus facit 15 bacios, ſi 15 multiplices per 2, & productum 30 dividas per 3, Quotus 10 indicabit, $\frac{2}{3}$ unius floreni eſſe 10 bacios.

Aliter. Divide numerum illum, qui indicat quoties minor moneta continetur in majori, per Denominatorem, & Quotum productum multiplica per Numeratorem, & productum indicabit valorem datæ minutiæ in minori moneta. Sic ſi 15 bacios dividas per 3, & productum 5 multiplices per 2, productum 10 indicabit idem quod antea.

Arti-

Articulus IV.

De fractionum ad minores, & minimos, terminos reductione.

SÆpe minutia aliqua ſcribitur valde magnis numeris, ut difficulter intelligatur ejus valor: qui tamen facilè intelligitur, ſi minoribus terminis ſcribatur, quando id fieri poteſt. Sic difficulter intelligitur quid ſint $\frac{30}{60}$ unius floreni, facilè tamen ſcitur quid ſit $\frac{1}{2}$ unius floreni; & tamen utraq; minutia idem valet, ut patet ex dictis Artic. 2.

Ad minores terminos redigitur minutia, ſi tam Numerator, quàm Denominator, dividatur per eundem numerum ita, ut nihil remaneat: tunc enim Quoti producti conſtituunt minutiam minorum terminorum, ejusdem tamen valoris. Sic ſi hujus minutiæ, $\frac{30}{60}$, utrumque numerum dividas per 3, habebis $\frac{10}{20}$; ſi per 2, habebis $\frac{15}{30}$; ſi per 5, habebis $\frac{6}{12}$; quæ omnes ſunt ejusdem valoris.

Ad minimos terminos reducitur minutia ſic. Subtrahe tamdiu minorem numerum ex majori, v.g. Numeratorem ex Denominatore, donec Subtrahendus & Reſiduum fiant æqualia. Vel, divide tamdiu majorem per minorem, donec nihil remaneat. Hoc facto, ſi tam

ſi tam Numerator, quàm Denominator minutiæ majoris datæ dividatur per ultimum illud reſiduum, aut per ultimum Diviſorem, conſtituent duo Quoti novam fractionem in minimis terminis, ejusdem tamen valoris cum priore. Sic ſi in hac minutia, $\frac{30}{60}$, ſubtrahas 30 à 60, remanent 30, quod eſt æquale priori ſubtrahendo. Divide ergo utrumque numerum minutiæ datæ, per 30, & habebis $\frac{1}{2}$. Idem fiet, ſi ſubtractione modo dicto utaris. Quòd ſi in hac mutua ſubtractione reſiduum nunquam æquale ſit ſubtrahendo, aut in diviſione ſemper aliquid remaneat donec ad unitatem perveniatur; ſignum eſt fractionem non poſſe reduci ad minores terminos. Numerus per quem uterque fractionis numerus dividitur, vocatur communis menſura; & ille qui invenitur dictâ ſubtractione ac diviſore mutuâ, appellatur maxima utriusque menſura.

Articulus V.

De fractionum ad eandem denominationem reductione.

FRactiones ad eandem denominationem reducere, eſt efficere ut fractiones diverſorum Denominatorum acquirant eundem

Denominatorem, diversos autem Numeratores, idem tamen quod antea valeant. Fractiones reducendæ aut sunt duæ tantùm, aut plures.

Si duæ fractiones sint reducendæ, duc Denominatores in se invicem; & habebis communem Denominatorem. Pro novis Numeratoribus, duc per crucem fractionum Numeratores in earum Denominatores. Vis reducere ad eandem denominationem has duas fractiones $\frac{2}{3} \times \frac{4}{5}$ colloca illas ut vides, & duc inferiores numeros in se, & habebis 15 pro communi Denominatore: Deinde pro primæ fractionis Numeratore duc 2 in 5, pro secundæ verò duc 3 in 4, & habebis 10 & 12 hoc modo: $\frac{10}{15}$, $\frac{12}{15}$, quæ idem valent quod $\frac{2}{3}$, & $\frac{4}{5}$. Vide etiam quæ diximus in Amussi Ferdinandea Decade 1. Proposit. 9.

Si plures fractiones sint reducendæ, duc primæ Denominatorem in Denominatorem secundæ, productum in Denominatorem tertiæ, & hoc productum in Denominatorem quartæ &c. & erit postremum productum Denominator communis. Pro novis Numeratoribus, duc Numeratorem primæ fractionis in Denominatorem communem jam inventum, & productum divide per ejusdem Denominatorem, & Quotus erit novus Numerator pro prima fractione reducta. De-

inde

inde duc Numeratorem secundæ fractionis in eundem communem Denominatorem jam inventum, & productum divide per ejus Denominatorem; eritque Quotus, novus Numerator. Eodem modo procedes in alijs. Sint reducendæ ad eandem denominationem hæ fractiones: $\frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{3}{4}, \frac{4}{5}$. Duc denominatores in se, hoc est, duc 2 in 3, fient 6; hoc productum in 4, fient 24; hoc in 5, fient 120 pro communi Denominatore. Pro primo novo Numeratore duc 1 in 120, productum divide per 2, & provenient 60 pro primo Numeratore. Pro secundo duc 2 in 120, productum 240 divide per 3, & invenies 80 pro secundo Numeratore. Pro tertio duc 3 in 120, productum 360 divide per 4, & prodibunt 90 pro tertio Numeratore. Pro quarto duc 4 in 120, & productum 480 divide per 5, & reperies 96. Sic ergo stabit exemplum: $\frac{60}{120}, \frac{80}{120}, \frac{90}{120}, \frac{96}{120}$; quæ reduci possunt ad minores terminos.

Articulus VI.

De fractionum reductione ad integra, & è converso.

Divide Numeratorem per Denominatorem, & Quotiens dabit numerum integrorum quibus æquivalet minutia; & si quid post divisionem remanet, suppone ipsi eun-

dem Denominatorem. Sit v. g. hæc minutia, $\frac{60}{12}$, reducenda ad integra. Divide 60 per 12, & provenient 5 integra.

Multiplica integra per Denominatorem minutiæ, ad quam integra sunt reducenda, & productum erit Numerator, cui subscribendus est Denominator datæ minutiæ. Sic reduces 7 integra ad quintas, si multiplices 7 per 5, & producto 35 supponas 5, ut fiat hæc fractio, $\frac{35}{5}$.

Si integris adhæret minutia, addendus est Numerator ipsius ad numerum productum. Ut si reducenda sint 8 $\frac{2}{5}$ ad quintas, multiplicanda sunt 8 per 5, & productis 40, addenda sunt 2, ut fiant $\frac{42}{5}$.

Articulus VII.

De Additione numerorum fractorum.

SI fractiones addendæ habent eundem Denominatorem, adde invicem Numeratores, & suppone illis communem Denominatorem. v.g. sint addendæ hæ minutiæ, $\frac{1}{7}$, $\frac{2}{7}$, $\frac{5}{7}$, $\frac{6}{7}$; adde Numeratores inter se, & habebis $\frac{14}{7}$, quæ reducta ad integra, faciunt 2.

Si fractiones habent diversos Denominatores, reduc ipsos ad eundem, juxta Artic. 5, & operare modo dicto.

Si integris adhærent minutiæ, addenda sunt seorsim integra, & seorsim minutiæ. Sic ex $4\frac{1}{7}$, & $5\frac{2}{7}$, fiunt $9\frac{3}{7}$.

Examen Additionis.

EXamen Additionis fit per subtractionem; subtractâ enim, alterâ minutiarum ex summa collecta, remanere debet altera, si duæ tantùm fuerunt additæ. Si plures sunt additæ, subtractâ unâ earum ex summa, relinqui debet minutia alijs simul sumptis æqualis.

Articulus VIII.

De subtractione numerorum fractorum.

SI duæ minutiæ habent eundem Denominatorem, subtrahe minorem Numeratorem à majori, & residuo suppone communem Denominatorem. Sit hæc fractio, $\frac{3}{7}$ subtrahenda ex hac, $\frac{5}{7}$; subtrahe 3 ex 5, & remanent 2, quibus suppone 7 sic: $\frac{2}{7}$.

Si non habeant eundem Denominatorem, reduc eas priùs ad eundem, juxta dicta Artic. 5. & deinde age ut dictum.

Si ab integris subtrahenda est aliqua fractio, reduc unam unitatem integrorum ad

fractionem ejusdem Denominatoris, ita ut fiat minutia cujus Numerator æqualis sit Denominatori; & deinde ab hac minutia subtrahe minutiam propositam. Sint ex 10 auferendæ $\frac{6}{11}$; accipe unitatem ex 10, & fac hanc fractionem, $\frac{11}{11}$, auferque ex ipsis $\frac{6}{11}$, & remanebunt 9 $\frac{5}{11}$.

Si ab integris detrahenda sint integra, & præterea fractio aliqua, reduc unam unitatem illorum integrorum, quibus nulla adjuncta est fractio, ad minutiam ejusdem Denominationis: deinde detrahe integra à reliquis integris, & fractionem à fractione. Sic si à 10 subtrahas 4 $\frac{3}{7}$, remanent 5 $\frac{4}{7}$.

Si ab integris unà cum fractis detrahenda sint integra unà cum fractis, vel fractiones solæ; tunc si fractio detrahenda est minor, quàm illa à qua fieri debet subtractio, vel illi æqualis, detrahe fractionem à fractione, & integra ab integris; si verò fractio subtrahenda est major, quàm illa à qua fieri debet subtractio, reduc unam unitatem integrorum, à quibus subtractio fieri debet, ad fractionem quæ illis adhæret, & operare ut dictum.

Si una minutia à pluribus est subtrahenda, vel plures à pluribus, reduc priùs plures illas minutias in unam summam.

Exa-

Examen ſubtractionis.

EXamen ſubtractionis fit per additionem: ſi enim minutia relicta ad ſubtractam minutiam adjiciatur, & reſultet iterum minutia illa, à qua fuit facta ſubtractio; bona fuit operatio.

Articulus IX.

De Multiplicatione numerorum fractorum.

QUando Multiplicanda eſt fractio per fractionem, duc tam Numeratores, quàm Denominatores in ſe, & erit multiplicatio peracta. Vis multiplicare $\frac{4}{5}$ per $\frac{2}{3}$; duc tam 4 in 2, quàm 5 in 3, & produces $\frac{8}{15}$.

Quando integer per fractum eſt multiplicandus, aut fractus per integrum; ſuppone integro unitatem, ut fiat quaſi fractio quædam denominata ab unitate; deinde age ut dictum. Sint multiplicanda 8 per $\frac{4}{5}$, pone 1 ſub 8 ſic, $\frac{8}{1}$, & multiplica inter ſe tam Numeratores, quàm Denominatores, & producentur $\frac{32}{5}$, quæ æquivalent huic numero, 6 $\frac{2}{5}$.

Quando numero integro adhæret minutia, reduc totum numerum integrum ad

illam minutiam, ut fiat una fractio ex integro & minutia. Sint multiplicanda 8 per $3\frac{5}{8}$; fac ex $3\frac{5}{8}$ hanc minutiam $\frac{29}{8}$, & numero 8 suppone 1, & operare ut dictum.

Examen Multiplicationis.

EXamen fit per divisionem. Si enim minutia producta dividatur per alteram minutiarum multiplicantium, prodibit in Quotiente altera minutia multiplicans.

Articulus X.

De Divisione numerorum fractorum.

QUando dividenda est minutia per minutiam, inverte Divisorem, hoc est, ex Numeratore fac Denominatorem, & contrà; deinde operare ut in praecedenti Artic. Sint dividenda $\frac{6}{7}$ per $\frac{1}{3}$; inverte Divisorem hoc modo, $\frac{3}{1}$; deinde duc tam superiores, quam inferiores numeros in se, & produces $\frac{18}{7}$; & factâ reductione fractionum ad integra, habebis $2\frac{4}{7}$ pro Quoto.

Quando numerus integer dividendus est per minutiam, vel per numerum integrum cum minutia; vel minutia per numerum integrum, vel per numerum integrum cum minu-

minutia; vel deniquè numerus integer cum fractione, per minutiam, aut per numerum integrum, aut per numerum integrum cum fractione; ſuppone integro unitatem, ſi ei non adhæret minutia; ſi verò adhæret minutia, reduc numerum integrum ad minutiam adjunctam, ut fiat una minutia. His factis, operare modo dicto.

Examen Diviſionis.

EXamen fit per multiplicationem. Nam ſi minutia Quotiens multiplicetur per minutiam Dividentem, producetur minutia diviſa. Sic quia ex diviſione $\frac{4}{5}$ per $\frac{1}{2}$ producitur hæc minutia, $\frac{8}{5}$, ſive $1\frac{3}{5}$; fit ut ex multiplicatione $1\frac{3}{5}$ per $\frac{1}{2}$ producatur minutia diviſa, nempe $\frac{8}{10}$, id eſt, $\frac{4}{5}$.

CAPUT III.

De Regulis nonnullis Arithmeticæ Practicæ.

UT uſum multiplicem eorum quæ hactenus diximus, oſtendamus, Regulas nonnullas practicas à dictis dependentes trademus, ex multis paucas.

Articulus I.

De Regula Proportionum.

REgula proportionum, quæ & Regula Trium appellatur, eſt modus ſeu praxis inveniendi ex tribus numeris cognitis quartum ignotum, qui eandem habeat proportionem ad tertium ex tribus datis, quam habet ſecundus ad primum. Cùm igitur in quatuor numeris proportionalibus, quorum priores tres noti ſunt, quartus autem, qui quæritur, ignotus, verſetur hæc Praxis; ideo Regula proportionum appellatur. Et quia tres numeros notos ponit, & ex ijs quartum ignotum elicit; ideo Regula Trium vulgò appellatur. Vocatur etiam Regula aurea, ob immenſam utilitatem non ſolùm in Mathematicis, ſed in omni humano commercio. Exemplum quæſtionis hac Regula ſolvendæ eſto hoc. Emit quis 4. florenis, 12. libras certarum mercium, & cupit ſcire quot libras poſſit emere 20. florenis. Habes hîc tres numeros notos, & ex ijs inquiritur quartus ignotus, qui cum tertio habeat eandem proportionem, quam ſecundus cum primo. Et quidem horum trium unus in hoc, & in omnibus alijs exemplis, habet annexam quæſtio-

ſtionem, & idem ſignificat in ſpecie, quod unus ex reliquis duobus, ut conſideranti patet; quartus verò qui quæritur, ſignificat ſimiliter eandem rem in ſpecie, quam alter ex reliquis duobus. Duo numeri ex his quatuor qui idem ſignificant, poſſunt vocari homogenei, brevitatis gratiâ.

Porrò Regula hæc facilitatis & claritatis gratiâ, ob diverſitatem exemplorum, fieri poteſt quadrimembris, nempe Simplex Directa, Simplex Inverſa, Compoſita Directa, Compoſita Inverſa. Singulas ordine explicabo.

§. 1. *Regula Proportionum Simplex Directa.*

PRaxis hujus Regulæ hæc eſt. Colloca ordine tres numeros notos ita, ut is qui quæſtionem habet annexam, ſtatuatur tertio loco; reliquorum autem ille qui idem ſignificat quod hic tertius, hoc eſt, eandem rem in ſpecie, ſtatuatur primo loco; alter demum reliquorum, cui quartus qui quæritur, homogeneus eſt, occupet medium locum. His factis, multiplicetur tertius per ſecundum, & ſumma producta dividatur per primum; & Quotus erit quartus qui quæritur. Sic ergo ſtabit exemplum ſuprà poſitum:

4. 12. 20?

Diſpoſitis hoc modo tribus numeris, duc ſecun-

ſecundum numerum in tertium, aut tertium in ſecundum, & productum, 240, divide per primum; & Quotus reſultans ex diviſione, ſcilicet 60, erit quartus qui quæritur, habebitque eandem proportionem ad tertium numerum ex tribus datis, quam habet ſecundus ad primum, ut conſideranti patet.

Examen.

EXamen hujus Regulæ fit ut in diviſione, multiplicando nimirum Quotum, ſeu quartum numerum inventum, per Diviſorem, id eſt, per primum numerum notum: nam ſi provenit iterum numerus Diviſus, id eſt, procreatus antea ex ductu numeri ſecundi in tertium; bona fuit operatio.

Annotationes.

I. Dicitur hæc Regula, ſimplex, quia conſtat tribus numeris ſimplicibus, & non compoſitis ex pluribus. Dicitur Directa, quia numeri diſponuntur eo ordine, quo proponuntur, & quem rectus ordo quatuor proportionalium numerorum requirit.

II. Ad faciliorem operationem poteſt aliquando primus & ſecundus numerus, aut primus & ter-

tertius, reduci ad minores terminos, per communem aliquam mensuram, sive maximam, sive non maximam, eos dividendo, & loco illorũ statuendo Quotos. Sic quia in exemplo suprà posito numerus 4 *metitur primum & secundum, si diviso utroque per* 4, *Quotientes* 1 & 3 *pro illis accipiantur, sic stabit idem Exemplum:* 1. 3. 20? *Item, quia in eodem exemplo idem numerus* 4 *metitur primum & tertium, si diviso utroque per* 4, *accipiantur pro illis Quoti* 1 & 5; *sic stabit idem exemplum?* 1. 12. 5? *Utrobique enim provenient* 60. *Ratio est, quia eadem proportio est inter Quotientes duorum numerorum per eundem numerum divisorum, quæ inter ipsos numeros.*

III. Quando in aliquo exemplo proponuntur pro uno termino monetæ, aut alia similia, diversæ speciei, debent reduci ad unam speciem, v. g. expendit quis 1. *septimanâ pro victu* 1. *floren. &* 12. *crucigeros; quantum expendit integro anno? In hoc ac similibus exemplis debent reduci termini ad homogeneitatem, ac proinde annus debet resolvi in* 52 *septimanas, & florenus in* 60. *crucigeros, illisque addi* 12 *crucigeri. Sic ergo stabit exemplum:* 1. *sept.* 72. *cruc. quid* 52. *septimanæ?*

Regula Proportionum Composita Directa.

ALiquando tres termini principales habent adjunctos alios minùs principales, cujus-

cujusmodi sunt qui tempus, lucrum, damnum, vel aliquid simile significant. In quibus casibus oportet terminos seu numeros minûs principales componere cum principalibus, ut fiant tres solùm termini; quod fit multiplicando quemlibet principalem per suum adjunctum minùs principalem, & totum productum, quod terminum compositum vocamus, debet collocari ut in præcedenti Regula, & ut in sequenti exemplo apparebit. Hâc igitur de causa hanc Regulam vocamus Compositam.

Composita igitur Regula in eo differt à priori, quòd ad tres terminos principales reducat minùs principales, & numeros compositos disponat ut simplices.

Exemplum. Convictores 4, diebus 15, solvunt florenos 20; quæritur, quot florenos solvere debeant 12 convictores, diebus 36? Tres termini principales noti sunt, 4 convictores, 20 floreni, 12 convictores. Minùs principales seu adjuncti termini sunt, 15 dies, & 36. dies. Ad 4 convictores spectant dies 15, & ad 12 convictores dies 36. Multiplica ergo 4 per 15, fient 60 pro termino composito. Multiplica item 12 per 36, fient 432 pro altero termino composito. His factis, dispone ita tres numeros: si 60, dant 20, quid dabunt 432? Duc secundum in tertium, & productum 8640 divi-

divide per primum, & dabit Quotus florenos 144.

Annotatio

HÆc, & similia exempla possunt etiam solvi per duplicem operationem in Regula simplici factam, si dicatur primo: 4 dant 20, quid dant 12? proveniunt 60. Deinde, 15 dant 60, quid dant 36? proveniunt ut priùs 144. Hîc quoniam quinque interveniunt numeri, ideo aliqui vocant hunc modum operandi Regulam quinque.

Regula proportionum Simplex Inversa.

IN quatuor numeris Regulæ proportionum hactenus explicatæ ea est proportio primi numeri ad secundum, quæ est tertij ad quartum, ut vidimus; ac proinde (ut ex Proposit. 14. lib. 5. Element. Euclidis colligitur) si primus major est vel minor tertio, etiam secundus est major vel minor quarto, uti consideranti patet. Solet autem nonnunquam accidere, ut ex tribus numeris notis quæratur quartus, ad quem secundus ita se habeat, ut quò major est primus numerus tertio, eò minor esse debeat secundus quarto; & quò minor est primus tertio, eò major esse debeat secundus quarto: ut si 30. operarij absolvunt opus aliquod 4 diebus, 50 operarij absolvere debent

debent idem opus paucioribus diebus, nempe 2 diebus, 8 horis, minutis 48, ut mox videbimus.

In hoc igitur, & similibus casibus, vel invertendus est ordo trium numerorum propositorum, faciendo ex primo tertium, & ex tertio primum; vel servato ordine uti in prioribus, variandus est modus operandi, nempe primum numerum per secundum (vel, quod idem est, secundum per primum) multiplicando, & productum dividendo per tertium: tunc enim Quotus erit quartus numerus quæsitus.

Exemplum I. 20. muratores conficiunt murum 4. diebus, 30. muratores quot diebus conficerent eundem? Multiplica 20 per 4, & productum 80 divide per 30, provenient $2\frac{20}{30}$, seu $2\frac{2}{3}$, hoc est, dies 2, horæ 16.

Exemplum II. 30. operarij absolvunt opus aliquod 4 diebus, 50. operarij quot diebus absolverent? Multiplica 30 per 4, & productum 120 divide per 50, & invenies $2\frac{20}{50}$, seu $\frac{2}{5}$ unius diei; quæ $\frac{2}{5}$ faciunt horas $8\frac{4}{5}$ unius horæ; hæc autem $\frac{4}{5}$ unius horæ faciunt minuta 48.

Exemplum III. Milites 850. obsessi in munitione aliqua, habent victum pro diebus 11, sed nulla est spes futuri auxilij, nisi post dies 25: quæritur, quot milites dimittendi, ut pro

reli-

reliquis sufficiat victus ad dies 25. Dic: 11 dies requirunt 850. milites; 25 dies quot milites requirunt? Duc 11 in 850, & productum 9350 divide per 25, provenient 374. Totidem ergo milites sunt retinendi.

Regula proportionum Composita Inversa.

SIcut Regula proportionum Directa simplex differt à Directa composita, quòd hæc præter terminos tres principales, adjunctos habet alios minùs principales; ita & Inversa Simplex ab Inversa Composita in hoc differt, quòd hæc etiam præter tres principales terminos habet adjunctos alios minùs principales, qui ad illos reduci debent, & institui operatio ut paulò antè diximus.

Faciliùs tamen est, in hujusmodi exemplis duas instituere operationes, eo modo quo in exemplis sequitur.

Modij 100 farinæ sufficiunt pro 4 legionibus militum per dies 24; 150 modij pro 12 legionibus per quot dies sufficiunt? Dic primò: 4 legiones requirunt dies 24, 12 legiones quot dies requirunt? Operare per Regulam Inversam simplicem, & invenies 8. Dic iterum: 100 modij sufficiunt pro 8 diebus, 150 modij pro quot diebus sufficient? Operare per Regulam Directam Simplicem, & invenies 12.

Messores 10, intra dies 12, demetunt jugera 30; messores 20, intra quot dies demetent jugera 40? Dic per Regulam Inversam Simplicem: 10 messores requirunt 12 dies, 20 messores quot dies requirunt? invenies 6. Dic iterum: 30 jugera requirunt 6 dies, 40 jugera quot dies requirunt? invenies 8.

Articulus II.

De Regula Consortij seu Societatis.

PLures ineunt consortium seu Societatem, & Singuli in sortem conferunt certam summam pecuniæ, ac lucrantur, aut perdunt certam item summam; Vis scire, quantum quilibet accipere debeat, aut perdere ex summa acquisita, aut perdita, ut lucrum aut damnum integrum dividatur in singulos juxta illam proportionem, quam inter se habent summæ singulorum in sortem collatæ.

Ad solvendam quæstionem adhibetur Regula Trium toties, quot sunt socij consortij, tali pacto. Pecuniæ omnium in sortem collatæ in unam summam colliguntur, & numerus collectus primo loco in Regula Trium statuitur: secundo verò loco ponitur lucrum, vel damnum, quod ex omnium pecunijs provenit: tertio denique loco ponuntur pecu-

niæ

niæ ſingulorum ſingulatim, & ut dicebam, toties fit operatio per Regulam Trium, quot ſunt particulares ſummæ. Atque hæc vocatur Regula Conſortij ſeu Societatis, quia uſum præcipuè habet apud mercatores ſocietatem mercaturæ ineuntes. Exemplò rem meliùs declarabimus.

Tres mercatores ſocietate initâ lucrati ſunt 800 florenos; primus in ſortem contulit florenos 2400, ſecundus 3000, tertius 3600; quæritur, quantum quilibet ex lucro florenorum 800 accipere debeat? Adde in unam ſummam pecunias ſingulorum in ſortem collatas, & habebis florenos 9000. Deinde colloca numeros ut ſequitur.

$$9000.\ 800.\ \begin{cases} 2400? \\ 3000? \\ 3600? \end{cases}$$

Dic jam primò: 9000 dant 800; quid dant 2400? & invenies pro primo florenos 213 $\frac{3000}{9000}$, ſive $\frac{3}{9}$, vel $\frac{1}{3}$. Dic ſecundò: 9000 dant 800, quid dant 3000? & invenies pro ſecundo florenos 266 $\frac{2}{3}$. Dic tertiò: 9000 dant 800, quid dant 3600? invenies pro tertio florenos 320.

Examen.

EXamen fit, colligendo lucra omnium in unam summam; si enim resultat iterum prior summa totius lucri, v.g. in præcedenti exemplo, 800; bona fuit operatio.

Admonitio.

QVando intervenit temporum diversitas, quòd unius pecunia diutiùs in negotiatione fuit quàm alterius, tunc vel adhibenda est Regula Trium composita Directa, vel multiplicanda est unius cujusque pecunia per suum tempus, antequam omnium pecuniæ in unam summam colligantur. Deinde hi numeri producti ex multiplicatione, colligendi sunt in unam summam, ut habeatur primus numerus in Regula Trium: tertium autem locum occupabunt singuli numeri producti ex multiplicatione pecuniæ cujusque in suum tempus, collocato rursus lucro vel damno communi in medio seu secundo loco.

Tres lucrati sunt 7000 *aureos: primus posuit* 6000 *aureos per annos* 6, *secundus* 4000 *aureos per annos* 4, *tertius* 2000 *aureos per annos* 2; *quantum ergo quilibet ex communi lucro accipiet? Multiplica primò pecuniam primi per suum tempus, nempe* 6000 *per* 6, *habebis* 36000: *multiplica*

plica secundò pecuniam secundi per suum tempus, nempe 4000 *per* 4, *habebis* 16000; *multiplica tertiò pecuniam tertij per suum tempus, nempe* 2000 *per* 2, *habebis* 4000. *Collige jam in unam summam* 36000, 16000, 4000, *& habebis* 56000; *& Dic: si* 56000 *dant* 7000, *quid dant* 36000? *quid* 16000? *quid* 4000? *& invenies lucrum primi* 4500, *secundi* 2000, *tertij* 500.

Articulus III.

De Regula positionis, seu falsi.

REgula Positionis est, quando propositâ aliquâ quæstione per numerum solvendâ, ponimus quemcunque numerum qui propositæ quæstioni putatur satisfacturus, licèt reipsâ non satisfaciat; & cum ipso procedimus prout quæstio vult, tandemque quæstionem solvimus, verum ac desideratum numerum inveniendo. Vocatur passim Regula falsi; non quòd falsum doceat, sed quòd ex numero plerumque falso verum invenire doceat. Duplex est Regula positionis: una vocatur Simplicis positionis, in qua ponitur unus numerus falsus, aut verisimilis, & cum eo proceditur; altera vocatur Duplicis Positionis, in qua ponitur duplex numerus falsus, aut verisimilis. Inter eas hæc est differen-

tia, quòd quæcunque solvi possunt per primam, possunt etiam solvi per secundam; at non è contrà. Utramque breviter trademus.

Regula simplicis positionis.

PRoposito quocunque numero abscondito, per hanc Regulam inveniendo, pone pro numero abscondito numerum quemcunque, & cum illo procede ut quæstio vult. Si omnia consonant quæstioni propositæ, numerus à te positus erit is qui quæritur; sin minùs, falsa fuit positio numeri assumpti, & ex tali falso numero posito eliciendus est verus per Regulam Trium tali pacto. Pone primo loco id quod per numerum falsum fuit inventum: secundo verò loco pone ipsum numerum falsum: in tertio denique loco id quod jam antea ex quæstione proposita est notum. Vel (quod idem est) colloca primò summam falsam inventam, secundò summam veram, tertiò positionem falsam. His positis, operare modo consueto per Regulam Trium, & invenies numerum absconditum qui quæritur.

Exemplum. Tres volunt emere domum constantem aureos 2700, & secundus vult solvere duplum primi, tertius verò triplum secun-

ſecundi; quæritur, quantum ſinguli debeant ſolvere? Pone primum dare 2, dabit ergo ſecundus 4, & tertius 12, ac proinde omnes ſimul 18, cùm tamen ſingulorum pecuniæ ſimul collectæ deberent efficere 2700. Dic ergo: ſi 18 proveniunt ex falſa poſitione 2, ex qua vera poſitione provenient 2700? Vel, ſicut ſe habet productum falſum 18, ad productum verum 2700; ita falſa poſitio 2, ad veram poſitionem inveniendam. Factâ operatione per Regulam Trium, invenies primum debere dare 300, ſecundum 600, tertium 1800. In idem recidit, ſi per 18 dividas 2700, & Quoti duplum accipias pro illo qui ſolvit 2, &c.

Regula Duplicis poſitionis.

PRopoſito quæſito, ponitur quivis numerus qui putatur quæſtioni ſatisfacturus, & juxta tenorem quæſtionis examinatur, ut factum eſt in præcedenti Regula. Si quæſtioni reſpondet, ſoluta eſt quæſtio, & numerus poſitus eſt is qui quærebatur. Sin minùs, notatur exceſſus, vel defectus, quo à veritate aberratum eſt, ante crucem, unà cum littera P vel M (quarum illa ſignificat Plus, ſive exceſſum; hæc Minus, ſive defectum) prout videlicet error veritatem exceſſe-

cesserit, aut ab ea defecerit. Deinde ponitur rursus aliquis alius numerus, qui quæsito satisfacturus putatur, sive major priore jam antea posito, sive minor; & eodem modo examinatur. Si quæsito respondet, est soluta quæstio; sin minùs, notatur excessus vel defectus post crucem, unà cum littera P, vel M, & cum numero secundò posito.

His factis, si in utraque positione à veritate aberratum est per excessum, vel per defectum, & consequenter uterque error tam antè, quàm post crucem positus, habet easdem litteras; subtrahe minorem errorem ex majore, & residuum numerum serva pro Divisore, scribendo eum infra crucem. Deinde multiplica numerum primò positum per secundum errorem, & numerum secundò positum per primum errorem (sive duc per crucem primam positionem in secundum errorem, & secundam positionem in primum errorem) & productum minus detrahe à producto majore. Tandem residuum divide per Divisorem jam antea inventum, nempe per Differentiam duorum errorum; & Quotiens inventus, erit numerus quæsitus.

Si verò in una positione aberratum est à veritate per excessum, & in altera per defectum; collige duos errores in unam summam, & pro-

& productum serva pro Divisore. Deinde duos illos numeros, qui ex multiplicatione numerorum positorum per errores producuntur, collige etiam in unam summam, & productum serva pro Dividendo. Tandem divide hoc productum per Divisorem priùs servatum; & erit Quotiens, numerus quæsitus.

Exemplum. Quidam habet pecuniam, à cujus dimidio si auferatur $\frac{1}{3}$ & $\frac{1}{4}$, remanent 30; quæritur, quantum habeat? Pone primò eum habere 24, à cujus dimidio, nempe à 12, si auferas $\frac{1}{3}$, nempe 4, & $\frac{1}{4}$, nempe 3, remanent 5, cùm tamen deberent remanere 30; aberratum ergo fuit à veritate per Defectum 25. unitatum. Scribe igitur numerum positum 24, cum errore 25, & cum littera M, ante crucem, ut vides in exemplo. Pone secundò, eum habere 48, à cujus dimidio, nempe à 24, si auferas $\frac{1}{3}$, nempe 8, & $\frac{1}{4}$, nempe 6, remanent 10, cùm tamen deberent remanere 30; aberratum ergo iterum fuit à veritate per defectum 20 unitatum. Scribe igitur numerum positum 48, cum errore 20, & littera M, post crucem, ut vides. Subtrahe nunc minorem errorem à majore, nempe 20 à 25, & residuum, nempe 5, scribe infra crucem pro Divisore. Deinde multiplica 24 per

24.	X	48.
M.		M.
25.	5.	20.

per 20, & habes 480. iterum multiplica 48 per 25, & habes 1200. Præterea subtrahe 480 ex 1200, remanent 720. Tandem divide 720 per 5, & habebis 144 pro numero quæsito: nam ab hujus dimidio, quod est 72, si auferas $\frac{1}{3}$, nempe 24, & $\frac{1}{4}$, nempe 18; remanent 30.

Eadem quæstio potest etiam solvi per alios duos numeros aberrantes à veritate per excessum; item per alios duos, quorum unus excedat veritatem, alter ab ipsa deficiat.

Annotatio.

Præcedens quæstio solvi etiam potest per simplicem positionem. Pone enim ipsum habere 24; *à cujus dimidio si auferas* $\frac{1}{3}$, *&* $\frac{1}{4}$, *remanent* 5. *Dic ergo:* 5 *remanent ex falsa positione* 24; *ex qua positione vera remanent* 30? *invenies* 144.

Articulus IV.

De Regula Alligationis, seu Mistionis.

Regulam Alligationis, seu Mistionis, vocant Arithmetici illam, quâ alligant sive miscent varias merces, aliasvè res, variorum pretiorum, mensurarum, ponderum, ut sciant quantum ex quolibet genere debeat accipi,

accipi, ſi quis velit illas emere pretio quodam arbitrario, medio inter pretia ſtatuta. Sed res meliùs patebit exemplo.

Sunt duo genera vini; menſura una primi generis valet 20 crucigeros, & menſura una ſecundi generis 12 crucigeros; habes crucigeros 15, & vis emere unam menſuram ex utroque genere mixtam; quæritur, quantum ex utroque genere ſit ſumendum.

Regula ad id inveniendum hæc eſt. Ponitur unum pretium ſtatutum ſub altero, ut in ſequenti exemplo apparet; & ad ſiniſtram illorum ponitur pretium arbitrarium medium inter pretia ſtatuta; ad dexteram verò ponuntur differentiæ inter hoc & illa alternatim, ita ut differentia majoris pretij ponatur juxta minus pretium, & differentia minoris juxta majus.

$$15 \begin{cases} 20. \\ 12. \end{cases} \begin{array}{r} 3. \\ 5. \\ \hline 8. \end{array}$$

Hæ differentiæ colliguntur in unam ſummam, & inſtituitur Regula Trium toties, quot ſunt differentiæ, nempe in appoſito exemplo bis, ita ut ſumma differentiarum occupet primum locum, menſura verò una ſecundum locum, & differentia una tertium locum, dicendo: Si 8 dant 1, quid dabunt 3? Item, ſi 8 dant 1, quid dabunt 5? Invenies enim ex primo vino accipiendas eſſe $\frac{3}{8}$ unius menſuræ, ex ſecundo verò $\frac{5}{8}$; quæ cùm ſimul faciant $\frac{8}{8}$, id eſt, 1 menſuram;

ram;

ram; ſignum eſt, fuiſſe legitimam operationem.

Articulus V.

De Radicis Quadratæ è dato numero extractione.

RAdix quadrata eſt numerus, qui in ſe ductus producit numerum quadratum. Numerus verò quadratus eſt, qui reſultat ex numero aliquo in ſe ipſum ducto. In adjecta tabella numeri ſecundæ columnæ transverſæ ſunt quadrati, numeri verò primæ columnæ ſunt radices eorum. Ideo autem numeri prædicti, omneſque alij qui in ſe ipſos multiplicati producunt numeros quadratos, appellantur Radices quadrati, quia ex ipſis ceu radicibus oriuntur quadrati numeri. Appellantur etiam latera quadrata, ſeu quadratorum numerorum, quia ſi quadrati numeri diſponantur in figuram quadratam, hoc eſt,

Radices	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Quadrati	1	4	9	16	25	36	49	64	81	100

ut tot ſint unitates in qualibet ſerie ſecundùm latitudinem, quot ſunt ſecundùm longitudinem, ut in appoſita hâc figura apparet; numerus ille, ex cujus multiplicatione in ſe reſultavit

o o o
o o o
o o o

tavit ille numerus quadratus, eſt unum latus talis quadrati.

Extrahere igitur, ſeu invenire Radicem quadratam, aut latus quadratum alicujus numeri, eſt, numerum invenire, qui in ſe ductus efficiat propoſitum numerum, ſi quadratus eſt; vel ſi non eſt quadratus, maximum numerum quadratum in ipſo contentum.

Regula igitur ad extrahendam radicem quadratam hæc eſt. Si numerus propoſitus non excedit 100, & quadratus eſt; radix ejus invenitur in columna prima ſuprà dictæ tabellæ. Si non invenitur in dicta tabella, ſignum eſt non eſſe quadratum, atque adeo non habere radicem quadratam.

Si autem numerus propoſitus major eſt centenario, ſic operare. *Primò.* Colloca numerum ut in Diviſione fit, eumque divide in certa membra, ponendo lineolam ſeu punctum infra primam figuram, incipiendo à dextera, & aliud infra tertiam, aliudque infra quintam, & ſic deinceps ſemper poſt binam quamque, ut factum vides in exemplo A. Et ſcias, radicem inveniendam debere habere tot figuras, quot membra notaſti. Quodlibet autem membrum continet duas figuras, excepto ultimo verſus ſiniſtram, quod aliquando habet unicam.

Secundò, Incipe operationem ab ultimo

ad

ad ſiniſtram membro, & vide (ex tabella ſuprà poſita) an ſit numerus quadratus; ejusque radicem pone poſt lunulam pro Quoto, ut in Diviſione. Si verò non eſt quadratus, quære in tabula quadratum proximè illo minorem, ejusque radicem pone poſt lunulam pro Quoto, ſeu pro prima figura radicis inveniendæ. Eandem radicem pone etiam infra ultimum prædictum membrum, tanquam Diviſorem, (immediatè ante ſecundum membrum, ut vides in eodem exemplo A) & operare ut fit in Diviſione; nempe multiplica Quotum in Diviſorem, & productum ſubtrahe ab ultimo prædicto membro, reſiduumque ſcribe ſuprà, aut infrà, ut vides factum in A.

Tertiò. Pro novo Diviſore duplica Quotum jam antea inventum; productum enim erit novus Diviſor. Hunc pone ſub Dividendo, modo dicto in Diviſione, nempe ſub illa figura Dividendi, quæ ſequitur proximè illam ſub qua poſitus erat primus Diviſor, ut vides factum in B. Et hæc duo ſervanda ſunt pro omni novo Diviſore inquirendo, & infra Dividendum collocando; ſemper enim duplicandus eſt Quotus qui reperitur poſt lunulam, quotcunque figurarum is ſit: ſemper item dicto modo eſt collocandus. Invento & collocato novo Diviſore, vide quoties is

con-

contineatur in Dividendo supra se scripto; & novum Quotum (qui non potest esse major quàm 9) pone post lunulam, & similiter post novum Divisorem versus dexteram, ut in eodem exemplo B factum est; & operare ut in Divisione, multiplicando nimirum Quotum ultimum in Divisorem novum, & Quotum ipsi adscriptum; productumque subtrahendo, & residuum suprà aut infrà scribendo, ut factum est in C.

Quartò. Idem modus quem proximè exposui, servandus est usque ad finem, & toties repetendus, quot membra adhuc supersunt.

Videndum autem post quamvis operationem, nè residuum sit majus radice inventâ duplicatâ. Procurandum prætereà, ut totus Divisor prædictus multiplicatus per Quotum, non sit major quàm Dividendus, supra se scriptus, alioquin ultimus Quotus post lunulam & ante novum Divisorem positus, minuendus est.

Exemplum. Sit extrahenda radix quadrata ex hoc numero; 119025. Colloca, & in membra divide ipsum ut vides in A. Et quoniam numerus primi membri à sinistra, nempe 11, non est quadratus, & numerus quadratus proximè minor est 9; pone hujus radicem 3; post lunulam,

2	
A. ~~11~~9025 (3	
9	
3	

lam, & sub 1 immediatè ante secundum membrum, & factâ multiplicatione subtrahe 9 ab 11, remanent 2,

```
    2
B.  ɫɫ9025 (34
    ʒ64
```

quæ scribe suprà, ut vides ibidem. Duplica deinde radicem, 3, inventam, & pone 6 infra 9, ut vides in B esse factum, & quoniam 6 in 29 continetur quater, pone 4 post lunulam, & post 6, ut totus Divisor sit 64, ut ibidem factum est. Mutiplica igitur 4 in 64, & factâ subtractione scribe residuum 34 suprà, ut vides factum in exemplo C. Duplica iterum

```
    0
    ʒ34
C.  ɫɫ99025 (34
    ʒ64
    ----
    ʒ86
```

totam radicem inventam, nempe 34, & productum 68 scribe infra 342, ut vides factum in D. Vide jam, quoties 68 contineatur in 342; & quoniam continetur quinquies, scribe 5 post lunulam, & post 68, ut totus Divisor novus sit 685; factâque multiplicatione hujus per 5, subtrahe productum.

```
    0
    ʒ34
D.  ɫɫ99025 (345
    ʒ64
    ----
    ʒ86 5
      68
```

Et quoniam nihil remanet, signum est propositum numerum esse quadratum, ejusque radicem esse 345.

Examen.

MUltiplica radicem inventã per ſeipſam, & producto adde reſiduum, ſi quod remanſit poſt ultimam operationem: ſi prodit numerus primò propoſitus, bona fuit operatio; ſin minùs, erratum eſt.

Annotationes.

NOtandum eſt I. Si numerus qui ex radice poſt primam, aut ſecundam, aut quamvis aliam operationem inventa duplicata reſultavit, non continetur in numero illo, ſub quo collocatur velut Diviſor novus; ponendus eſt Zerus poſt lunulam pro radice, & deleto novo illo Diviſore, omnibusque alijs relictis, procedendum eſt ut antea ad inveniendas reliquorum numerorum radices, duplicando ſcilicet totam radicem poſt lunulam contentam, & duplum ſcribendo infrà, ſed unâ figurâ magis verſus dexteram quàm ſcriptum erat præcedens duplum.

Notandum II. Si peractâ extractione radicis manet aliquod reſiduum, ſignum eſt, numerum propoſitum non eſſe quadratum, ſed ſurdum, ac proinde non habere radicem rationalem, ut vocant, & quæ numero poſſit exprimi; adeoque radicem inventam non eſſe radicem numeri propoſiti,

sed maximi numeri quadrati in proposito numero contenti, quem videlicet producit radix inventa in se multiplicata. Si quis autem invenire velit radicem numeri propositi non quadrati propinquam (vera enim inveniri non potest, ut dixi) cujus nimirum numerus quadratus à proposito numero non quadrato distet insensibili ferè differentiâ: id duplici viâ assequetur. Priori reperitur radix propinquior minor quàm vera, adeo ut ejus quadratus numerus à numero proposito superetur: Posteriori invenitur radix propinquior quæ veram excedat, ita ut ejus numerus quadratus major sit numero proposito. Prior via hæc est. Inventâ radice maximi quadrati in proposito numero comprehensi, adjiciatur ad eam fractio, cujus Numerator est residuum extractionis, Denominator verò duplum radicis inventæ, & præterea unitas. Posterior hæc est. Inventâ radice maximi quadrati in proposito numero comprehensi, adjiciatur ad eam fractio, cujus Numerator est residuum extractionis, Denominator verò duplum radicis inventæ.

Extractio radicis quadratæ in fractionibus eodem modo perficitur, ita nimirum, ut radix seorsim extrahatur ex Numeratore, & seorsim ex Denominatore. Ut *radix quadrata fractionis* $\frac{4}{9}$, *est* $\frac{2}{3}$.

Arti-

Articulus VI.

De radicis cubicæ è dato numero extractione.

NUmerus cubicus dicitur ille, qui fit ex ductu numeri alicujus primò in seipsum, & deinde in productum: ut si 10. ducantur in se, hoc est, in 10, fiunt 100; quæ iterum multiplicata per 10, producunt 1000. Hic igitur numerus, 1000, dicitur cubicus, seu cubus; 10. verò ejus radix cubica, seu latus cubicum.

Hisce præcognitis, radicem cubicam ex quolibet numero oblato facilè erues, si sequentia observaveris præcepta.

Primò. Habenda est præ manibus tabella decem primorum cuborum, eorundemque radicum. Hæc autem fit ex multiplicatione cubica primorum simplicium numerorum ab unitate usque ad numerum denarium continuatorum, ut sequitur.

Radices	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Quadr.	1	4	9	16	25	36	49	64	81	100
Cubi	1	8	27	64	125	216	343	512	729	1000

Secundò. Numerus datus distinguatur, ante quàm operatio incipiatur, in aliquot mem-

bra punctis, à dextra sinistram versus, ita ut sub prima dextima figura ponatur primum punctum, secundum sub quarta lævam versus, tertium sub septima, quartum sub decima versus eandem sinistram, ac ita deinceps, quoad numeri suffecerint, notentur puncta, duabus figuris semper intermissis, ut hic apparet,

3 4 2 5 8 6 3 0 9 2 1

Tertiò. Ex tabella prædicta cape radicem numeri à primo puncto ad sinistram intercepti, sive is unâ figurâ constet, sive duabus, sive tribus: hoc est, quære numerum hunc in tabella sub titulo Cubi, hoc est, in tertia columna (quòd si non reperiatur, sume proximè minorem cubum) ejusque radicem cubicam colloca extra lunulam. Ut in superiori exemplo paulò antè posito, quære radicem numeri 34; qui cùm in tabula cuborum exactè non reperiatur, accipe proximè minorem, nempe 27, ejusque radicem cubicam, 3, annota post lunulam hoc modo:

3 4 2 5 8 6 3 0 9 2 1 (3

Quartò. Radicis hujus Cubum, 27, subtrahe ex numero subdicto primo puncto inter-

tercepto, nempe ex 34; residuumque 7 suprà scribe, eo planè modo, ut in vulgari divisione fieri solet, & apparet in sequenti exemplo.

07
34258630921 (3
27 . . .

Quintò. Tripla radicem modò inventam, & triplum hoc subjice figuræ proximè antecedenti figuram sequenti puncto notatam: si autem plures fuerint figuræ hujus tripli, collocentur ex ordine lævam versus, eo modo quo infrà apparet in exemplo.

Sextò. Para Divisorem hoc modo. Duc Quotientem (hoc est radicem positam post lunulam) in triplum jam inventum: productum scribe uno loco deinceps remotiùs, lævam versus, quàm triplum inceperis, & loco inferiori, ut sint jam duo numeri distincti, quorum unus Triplum, alter Divisor à nobis posthac appellabitur. Per hunc Divisorem si numerum ipsi suprascriptum dividas, habebis secundam figuram Radicis in Quotiente post lunulam collocandam. Exemplum habes infrà.

Septimò. Totum id quod jam in Quotiente est, duc in Triplum; productum iterum duc in figuram Quotientis per Divisionem

modò inventam; huic producto adde Cubum ejusdem numeri, eo tamen ordine, ut ultima ipsius cubi figura dexteram versus non subjiciatur immediatè loco inferiori figuræ ultimæ superioris producti, sed ad intervallum unius figuræ dextram versus rejiciatur.

Octavò. Numerorum eorum hoc ordine descriptorum aggregatum subduc ex numeris superioribus, si id fieri poterit, & residuum (si quod fuerit) supra scribe; si autem subduci non poterit, minuendus erit Quotiens eò usque, quoad aggregatum dicto modo inventum subduci possit à superiore, manente semper eodem Divisore & Triplo.

Exemplum.

UT in superiori exemplo, tripla Radicem, 3, fiunt 9; quæ scribe sub 5. Duc deinde 3 in 9, provenient 27; quæ colloca inferiùs quàm Triplum, ac unâ deinceps figurâ versus lævam; nempe sub 72. Divide jam 72 per 27, habebis Quotientem, 2, priori Quotienti 3, adjungendum, ut fiat totus Quotiens 32. Hunc duc in triplum, 9, fit productum 288. Hoc rursus multiplica per numerum modò inventum, nempe per 2, & habebis productum

ctum secundum 576. Huic denique adde cubum numeri, 2, modò inventi, nempe 8, fiet aggregatum ex numeris eo ordine dispositis, ut in paradigmate sequenti apparet, 5768: quod ex superiori numero, 7258, subductum relinquit pro residuo 1490.

0 7
3 4 2 5 8 6 3 0 9 2 1 (32

9 ----	Triplum Quoti.
27 ----	Divisor.
32 ----	Radix tota multiplicata per triplum modò inventum.
288 ----	Productum ex hac multipl.
2 ----	Numerus modò inventus.
576 ----	Productum.
8 ---	Cubus numeri modò inventi.
5768 ---	Aggregatum.

Hæc igitur est summa totius operationis. Si tamen adhuc numerorum figuræ supersunt (ut in exemplo suprà posito) ex quibus Radix cubiba extrahi debeat; operatio ulterior instituenda est eodem prorsus modo, quo instituta fuit proximè præcedens: nempe triplatur Quotiens totus, Triplum ducitur

in Radicem immediatè antè inventã, producto additur cubus modò inventæ Radicis, Aggregatum denique ſubducitur à numero ſuperiori, Reſiduumq; (ſi quod fuerit) annotatur ſuperiùs. Ut in noſtro exemplo, quia plures reſtant figuræ numerorum, ex quibus Radix cubica extrahenda eſt; ideo inſtitutâ ulteriori operatione juxta Regulas traditas, habebis Radicem cubicam totam numeri ſuperioris hanc, 3247, manente reſiduo 25480698.

Sed lubet Regulam hactenus traditam, & idem exemplum integrè ac paulò diſtinctiùs proponere, iiſdem verbis quibus proponitur lib. 26. Curſus Mathematici, pag. 544. column. 2.

Operatio prima, ſemel tantùm facienda.

1. NUmerum propoſitum divide in certa membra, poſt ternas quaſque notas, Initio facto à dextris, comma aut punctum interponendo, ut factum vides in A. Radix autem invenienda habere debet tot figuras, quot membra conſtituiſti; & quodlibet mẽbrum conſtat tribus notis, ultimo ad ſiniſtram excepto, quod conſtare poteſt aut duabus, aut unâ tantùm.

2. Radicem poſtremi membri à ſiniſtris, ſi cubicus eſt numerus (ſin minùs, cubici proxi-

proximè minoris in eo contenti) desume ex columna prima transversarum trium suprà positarum, & scribe post semilunulam, ut vides factum in B; ipsum verò cubum radicis subscribe dicto postremo membro, ab eoque subtrahe, & residuum scribe infrà, suprascriptos verò numeros dele, ut vides factum in C & D. Et hæc prima operatio non repetitur ampliùs.

Operatio Secunda, toties repetenda, quot membra post ultimum supersunt.

3. AD residuum assume tres alias figuras sequentis membri, ut vides factum in D. Et hoc appelletur novus Dividendus. Deinde para novum Divisorem hoc modo. *Primò*, triplica numerum post semilunulam scriptum, & triplum pone sub secunda novi Dividendi figura à dextris inchoando, si unica est figura, ut vides factum in D A: si autem sunt plures figuræ, subjice dextimam secundæ jam dictæ, reliquas verò reliquis sequentibus lævam versus. *Secundò*, Eundem numerum post semilunulam duc in triplum jam antea subscriptum, ut habeas novum Divisorem; & summam productam scribe infrà uno loco remotiùs versus sinistram, quàm triplum est positum, ut vides factum in B A.

Tertiò, vide quoties novus Divisor contineatur in numero sibi suprascripto, & Quotum scribe in semilunula, post primam radicis figuram antea inventam, ut vides factum in E. *Quartò*, Quotum illius Divisoris ter multiplica: primò cubicè in sese, & productum subscribe dextimæ figuræ Dividendi novi superscripti, ut vides factum in F: deinde quadratè in se, & quadratum in triplum, productumque triplo subjice, ut vides factum in G: postremò simpliciter in divisorem, & productum subjice divisori, ut vides factum in H: Hæc tria producta adde in unam summam, ut vides factum in I; eamque subtrahe ex superiori cubo, & residuum scribe infrà, si quod est, ut vides factum in K. Atque hæc eadem operatio toties repeti debet, quot membra adhuc supersunt.

EXEMPLUM.

Repono atque examino idem exemplum quod suprà hoc eodem Articulo adduxi, quoniam ibi non tota operatio fuit ante oculos proposita. Discrimen inter hunc modum, & modum ibi traditum, est tantùm in ordine & modo operationes instituendi; nullum in reipsa. Hic tamen modus distinctior ac facilior est.

I. Ope-

I. Operatio.

	b d f p		
A.	34, 258, 630, 921		
C.	27		B (3

II. Operatio.

D.	07, 258	Dividendus.	
D A.	9	Triplum Radicis.	
B A.	2 7	Divisor. E. (32	
F	8	Cubicè	multipli-
G	36	Quadratè	catus
H	5 4	Simpliciter	Quotus.
I	5 768	Summa	
K	1 490,	Residuum	

III. Operatio.

L	1490, 630,	Divid.	
M	96	Tripl:	
N	307 2	Divis.	O (324
P	64	cub. mult.	
Q	15 36	quad. mult. Quot⁹.	
R	1228 8	simpl. mult.	
S	1244 224	Summa	
T	246 406	Residuum	

IV. Ope-

	V	246406,921	Divid.
	X	9 72	Tripl.
IV.	Y	31492 8	Divis.
			Z (3247
Operatio.	Aa	343	cub. mult. Quotus
	Bb	4 76 28	quad. mult.
	Cc	220449 6	simpl. mult.
	Dd	220926 223	Summa
	Ee	25480 698	Residuum.

Sit itaque extrahenda radix cubica ex numero A. Dividatur primò in quatuor membra, b, d, f, p, quorum quodlibet constet tribus notis, excepto ultimo ad sinistram. Deinde ex citata paulò antè columna prima quæratur cubus maximus C, in ultimo membro b contentus, eique subscribatur; radix verò cubi scribatur post lunulam B. Demum subtrahatur cubus C à membro ultimo b, & residuum, 7, scribatur infrà. Hæc est prima operatio, nunquam ampliùs repetenda.

Secunda operatio sic instituatur. Ad residuum, 7, assumatur penultimum membrum d, ut habeatur numerus D tanquam Dividendus. Deinde Primò, triplicetur radix B, & triplum D A scribatur infrà secundam notam Dividendi D. Secundò, eadem radix B, ducatur in triplum D A, & productum

ctum B A ſcribatur infra tertiam notam Dividendi D pro novo Diviſore. Tertiò, inquiratur quoties Diviſor B A contineatur in Dividendo D; & Quotus, 2, ſcribatur poſt radicem antea inventam, ut fiat radix E. Quartò, novus Quotus, 2, ducatur primò cubicè in ſe, & cubus F, ſcribatur ut vides: ſecundò, quadratè in ſe, & quadratum 4 ducatur in triplum D A, productumque G ſcribatur poſt cubum F, ut vides: tertiò, ſimpliciter in Diviſorem B A; & productum H ſcribatur infrà ut vides. Hæc tria producta, F, G, H, colligantur in ſummam I, & hæc ſubtrahatur à Dividendo D; reſiduumque K ſcribatur infrà ut vides. Hæc ſecunda operatio adhuc bis repeti debet, quia adhuc duo ſuperſunt membra, f & p. Itaque

Tertia operatio ſic inſtituatur. Ad reſiduum K, aſſumatur antepenultimum membrum f, ut fiat novus Dividendus L. Deinde Primò triplicetur tota radix E, & triplum M ſcribatur infrà ut vides. Secundò, eadem radix E ducatur in triplum M, & productum N ſcribatur infrà ut vides, pro novo Diviſore. Tertiò, inquiratur quoties novus Diviſor N contineatur in Dividendo L; & Quotus, 4, ſcribatur poſt notas radicis antea inventas, ut factum vides in O. Quartò, novus Quotus, 4, ducatur primò cubicè in ſe, &

pro-

productum P ſcribatur ut vides: ſecundò, quadratè in ſe, & quadratum 16 in triplum M, & productum Q ſcribatur ut vides: tertiò, ſimpliciter in Diviſorem N, & productum R ſcribatur ut vides. Hæ tres ſummæ, P, Q, R, colligantur in unam ſummam S; & hæc ſubtrahatur à Dividendo L; reſiduumque T ſcribatur infrà.

Quarta denique & ultima operatio ſic fiat. Ad reſiduum T, aſſumatur primum membrum p, ut fiat novus Dividendus V. Deinde Primò, triplicetur tota radix O, & triplum X ſcribatur ut vides. Secundò, eadem radix O ducatur in triplum X, & productum Y ſcribatur ut vides pro novo Diviſore. Tertiò, videatur quoties hic Diviſor Y contineatur in Dividendo V; & Quotus, 7, ſcribatur poſt radicem antea inventam, ut apparet in Z. Quartò, hic Quotus, 7, ducatur primò cubicè in ſe, & productum A a ſcribatur infrà Dividendum V, ut vides: ſecundò, quadratè in ſe, & quadratum in triplum X; productumque B b ſcribatur infrà ut vides: tertiò, ſimpliciter in Diviſorem Y; & productum C c ſcribatur ut vides. Hæ tres ſummæ, A a, B b, C c, colligantur in unam ſummam D d; & hæc ſubtrahatur à Dividendo V, eritque reſiduus numerus E e: quod ſignum eſt, propoſitum numerũ A non eſſe cubicum; ſed maximum nu-

numerum cubicum in eo contentum esse numerum Dd, ejusque radicem esse Z.

Annotatio.

Quid faciendum, quando absolutâ totâ operatione manet aliquid residuum.

QUando remanet aliquid post totam operationem, signum est, numerum propositum non esse cubicum, nec habere exactè cubicam radicem, ac proinde radicem inventam non esse numeri propositi, sed maximi cubi in eo contenti. Propinqua tamen propositi numeri radix, & quæ à vera insensibiliter differat, invenitur, si ad numerum adjiciantur aliquot ternarij cifrarum, & extractio fiat ex toto aggregato ex numero & cifris; deinde ex radice inventa abjiciantur ad dexteram tot figuræ, quot cifrarum ternarij fuerunt adjecti, reliquæ enim figuræ dabunt radicem integram, cui addenda est fractio Numeratorem habens figuras abjectas, Denominatorem verò unitatem cum tot cifris, quot ternarij fuerunt antè additi. Tantò autem propinquior radix invenitur, quantò plures cifrarum ternarij adjiciuntur.

(***)

Examen.

TOta Radix inventa cubicetur, cubo deinde adjiciatur numerus ex operatione ultima residuus: hoc aggregatum si respondeat numero, ex quo Radix extracta est, nullus error in operatione admissus est; sin minùs, iteranda operatio, ut error emendetur. Sic si in exemplo posito ducantur 3247 in se, producetur Quadratum 10543009 1; quod si multiplicetur per 3247, producetur Cubus 34233150223; cui si addantur 1548069 8, producetur numerus à principio propositus, nempe 34258630921.

Articulus VII.

De inventione numerorum proportionalium.

SUprà art. 1. tradidimus modum inveniendi quartum numerum proportionalem ex tribus datis. Nunc tradendi sunt alij modi alios proportionales eruendi, quoniam in tota Mathesi, maximè in Geometria practica, frequens eorum occurrit usus.

§.2. *In-*

§. 1. *Inter duos numeros datos, medium proportionalem invenire.*

MEdius proportionalis inter duos datos numeros est is, qui minorem tantum superat, quantum superatur à majori: seu qui ad minorem datorum talem proportionem habet, qualem major ad ipsum. Res meliùs in exemplis patebit. Ita autem reperitur. *Duos numeros datos multiplica inter se, & ex producto erue radicem quadratam; hæc erit medius proportionalis.* EXEMPLUM. Sit inter 4 & 16 inveniendus medius proportionalis. Multiplica 16. per 4, fiunt 64; cujus radix quadrata 8, estq; medio loco proportionalis inter 4 & 16; quia ut est 4 ad 8, ita 8 ad 16.

§. 2. *Inter duos numeros datos, invenire duos medios proportionales.*

PRima praxis. *Multiplica quadratum primi numeri dati in secundum numerum datum, & ex producto erue radicem cubicam; & habebis primum medium proportionalem post primum datorum collocandum. Iterum multiplica quadratum secundi numeri dati in primum numerum datum, & ex producto erue radicem cubicam, & habebis secundum numerum proportionalem ante ultimum datorum collocandum.* EXEMPLUM.

Sint inter 8 & 27, inveniendi duo medij proportionales in proportione continua. Duc 8 in se, & productum 64, nempe quadratum numeri 8, duc in 27, & producentur 1728, quorum radix cubica est 12, scilicet primus medius proportionalis collocandus post 8. Iterum duc 27 in se, & quadratum productum, quod est 729, duc in 8, & producentur 5832, quorum radix cubica est 18, scilicet secundus medius proportionalis collocandus ante 27. Sic ergo stabunt numeri: 8, 12, 18, 27: in quibus se habet 8 ad 12, ut 12 ad 18; & 12 ad 18, ut 18 ad 27.

Aliud exemplum. Sint inter 32 & 4, inveniendi duo medij proportionales. Duc quadratum prioris, quod est 1024, in posteriorem, nempe in 4, & fiunt 4090; quorum radix cubica 16, est primus proportionalis secundo loco collocandus. Rursus quadratum posterioris 4, nempe 16, multiplica in priorem 32, fiunt 512; quorum radix cubica, nempe 8, est secundus proportionalis tertio loco collocandus. Sic ergo stabunt numeri: 32, 16, 8, 4, quorum anterior semper duplus est posterioris.

Secunda praxis. *Quare primum proportionalem modo prædicto, & inventum multiplica per extremum remotiorem duorum datorum; producti radix quadrata erit alter medius proportionalis.*

 Sic

Sic in primo exemplo, si invento primo 12, is multiplicetur per 27, & ex producto extrahatur radix quadrata, quæ est 18; erit is secundus proportionalis. Sic etiam in secundo exemplo si inventus primus, 16, ducatur in 4, erit producti 64 radix quadrata 8, alter medius.

Tertia praxis. *Quæratur primus medius modo dicto, & ducatur in se, productumque dividatur per primum datorum; quotus erit alter proportionalis.* Sic si inter 4 & 32 inveniendi sunt duo medij proportionales, duc 4 in se, fiunt 16; hæc duc in 32, fiunt 512; hujus radix cubica, 8, est primus medius proportionalis. Deinde duc 8 in se, fiunt 64; hæc divide per 4, fiunt 16, qui est secundus medius proportionalis. Sic ergo stabunt numeri: 4, 8, 16, 32.

§. 3. *Datis duobus numeris, tertium continuè proportionalem invenire.*

D*Uc secundum in se ipsum, & productum divide per primum; quotus erit tertius proportionalis.* EXEMPLUM. Sint dati numeri 2 & 4; multiplica 4 in se, fiunt 16; hæc divide per 2, fiunt 8, scilicet tertius proportionalis quæsitus. Ex his patet, hanc praxin nihil aliud esse quàm Regulam Trium, secundo termino bis repetito.

§. 4. Datis tribus numeris, quartum proportionalem invenire.

Utere Regulâ Trium, disponendo numeros datos ut ibidem docetur, & invenies quod quaris.



PARS



PARS II.

DE ARITHMETICA PRACTICA SPECIALI.

Arithmeticam Practicam Specialem suprà nominavi illam, quæ tradit Canones de numerorum usu certis rebus applicato, aut quæ generales Canones Specialibus modis applicat. Hinc multæ ortæ sunt Arithmeticæ Practicæ species, nempe Geometrica, Astronomica, Politica seu Civilis, Militaris, Divinatoria, Ecclesiastica,

Calcularis, Neperiana seu Rabdologica, & aliæ plures. De nonnullis breviter agemus.

CAPUT I.

De Arithmetica Geometrica.

IN ea Geometriæ Practicæ parte, quæ superficierum dimensionem ac divisionem docet, & Embadometria ac Geodæsia, vel potiùs Agrimensoria & Agri-divisoria appellatur, necessariæ plerumque, saltem utilissimæ sunt quatuor è vulgatis Arithmeticæ Practicæ Generalis speciebus, nempe Additio, Subtractio, Multiplicatio, ac Divisio, tam in numeris integris, quàm in fractis. Quoniam verò si per usitatam viam incedatur, solent plurimum negotij facessere numeri fracti; excogitârunt Recentiores Mathematici numeros, quos vocant Geometricos; quorum ope facillimè, & sine ulla fractionis molestia, prædictæ operationes absol-

absolvuntur. Operationes verò Arithmeticas hujusmodi Numerorum subsidio peractas, alij appellant Calculum Geometricum; alij Arithmeticam decimalem: nobis Arithmeticam Geometricam appellare placuit; quam hic breviter trademus. Poterit tamen Tyro omittere lectionem & studium hujus Arithmeticæ, donec ad Geometriam practicam pervenerit quam in libro 6. Cursus Mathem. tradimus.

Articulus I.

De numero, & Calculo Geometrico in genere.

UT sciat Tyro Arithmeticus ac Geometricus, quid Numerorum Geometricorum, & quid Calculi Geometrici nomine Mathematici intelligant, sciendum est, Geometras Recentiores dividere virgam (quotcunque sit pedum in longitudine) quâ in agris metiendis utuntur, in decem æquales partes, easque appellare Prima; deinde singula hujusmodi prima subdividere in decem alias æquales partes, easque Secunda appellare; rursus singula secunda distribuere ite-

rum in decem æquales partes, easq; appellare Tertia. Poteſt ulteriùs, ſi lubet, aut expedit, quodlibet Tertium dividi in decem Quarta, quodlibet Quartum in decem Quinta, & ſic deinceps. Virgam ita diviſam, appellant Decempedam.

Ex his conſtat primò, Decempedas eſſe integra, Prima eſſe Pedes, Secunda eſſe Uncias (ſi pes unus intelligatur diviſus in decem uncias,) Tertia eſſe Minuta reſpectu unciarum. Conſtat ulteriùs, Prima ſeu Pedes eſſe partes decimas Decempedarum, Secunda centeſimas, Tertia milleſimas. Et tametſi in agrorum dimenſionibus rarò ultra Prima ſeu Pedes procedatur; tamen in alijs dimenſionibus, præſertim Stereometricis, ſæpe accidit ut ultra Prima & Secunda progredi ſit neceſſe.

Compendij porrò causâ Geometræ, exemplo Aſtronomorum, de quibus capite ſequenti, hos ſuos Geometricos numeros peculiari ratione ſignare ſolent. Nam ſupra numerum integrarum Decempedarum notare ſolent cifram, ſupra Prima unam virgulam, ſupra Secunda duas, ſupra Tertia tres, ſupra Quarta quatuor virgulas, & ita deinceps. Exempli gratiâ, numerum ſignificantem 10. Decempedas, 8 Prima, 6 Secunda,

da, 4 Tertia, ita ſcribere & ſignare ſolent: $10^{\circ}, 8', 6'', 4'''$, Item hunc alium numerum: $20^{\circ}, 3', 0'', 7''', 5''''$, ſic ſignant & enuntiant, viginti Decempedæ, tria Prima, nulla Secunda, ſeptem Tertia, quinque Quarta.

Numeri hi Geometrici ſignificant menſuras Geometricas non ſolùm ſimplices, ſed etiam quadratas, & cubicas. Hæ quid ſint, docetur in Geometria Practica. Itaque ſunt Decempedæ, Prima ſeu pedes, Secunda ſeu unciæ, Tertia ſeu minuta &c. ſimplicia, quadrata, & cubica.

Articulus II.

De Additione Numerorum Geometricorum.

IN ſuperficierum dimenſionibus addi ſolent, ſeu in unam colligi ſummam Decempedæ, Prima, Secunda &c. ſimplicia, & quadrata. Recolendum igitur eſt, decem Prima ſimplicia efficere unam Decempedam ſimplicem; & decem Secunda ſimplicia unum Primum ſimplex; & decem Tertia ſimplicia unum Secundum ſimplex. At verò centum Prima quadrata efficiunt unam Decempedam quadratam; & centum Secunda quadrata unum Primum quadratum & centum

Tertia quadrata unum Secundum quadratum. Quod benè notandum eſt, alioquin enormes committi poſſunt errores in Additione, & in aliis ſequentibus Operationibus.

In Additione igitur ſimplicium Numerorum ſcribantur integra ſub integris, Prima ſub Primis, Secunda ſub Secundis, Tertia ſub Tertiis, &c. Deinde inſtituatur operatio, ut in vulgari modo, nempe incipiendo à dextra verſus ſiniſtram, & colligendo numeros in dextima columna repertos in unam ſummam, & deinde numeros reliquarum columnarum. Quoties verò reperies 10. in ſumma aliqua alicujus columnæ collecta, toties pone 1. ad proximè ſequentem columnam, & reſiduum, ſi quod eſt, pone infra numeros additos. Sed in exemplis res meliùs patebit.

Sint igitur addendi hi tres numeri: 24°, $6'$, $3''$; & 20°, $2'$, $4''$; & 8°, $4'$. Scribe illos ut in A vides. Deinde incipiendo à dextra, collige

	°	′	″
	24,	6,	3.
A.	20,	2,	4.
	8,	4,	
	53	2	7

in unam ſummam 3 & 4 Secunda; quæ quoniam efficiunt ſolum 7, ſcribe 7 infra lineam. Collige deinde 4, & 2, & 6 Prima; quæ quoniam efficiunt 12 Prima, & decem eorum faciunt Decempedam; ſcribe infra lineam

lineam ſolùm 2, & pro reliquis 10, adde 1 numeris ſequentis Columnæ. Collige tandem 8 & 4 integra, quæ faciunt 12, & addito 1 priùs retento, faciunt 13; ſcribe ergo 3 infra lineam, & 1 adde numero ſequenti qui eſt 2 & 2, quæ addito 1 faciunt 5, infrà ſcribenda. Erit igitur totalis Summa, $53^{\circ}, 2', 7''$. id eſt, quinquanginta tria Integra, duo Prima, & ſeptem Secunda, quæ efficiunt 53 Decempedas, 2 pedes, & 7 Scrupula ſeu minuta.

In Additione quadratorum numerorum ſcribe numeros ut antè, & incipe à ſiniſtra, & quoties ſumma collecta unius ſeriei excedit 100, appone 1 ſequentis ſeriei numeris, & reſiduum ſcribe infra lineam. *Exempli gratiâ*, ſint addendi numeri in B. poſiti. Prima addita efficiunt 132; ſcribe ergo infrà 32, & adde 1 Integris; quæ ſimul cum hoc 1 efficiunt 88.

	°	'
	4,	2.
	18,	17.
	9,	0.
B.	20,	40.
	36,	73.
	88,	32.

Articulus III.

De Subtractione Numerorum Geometricorum.

POſſunt ac ſolent ſubtrahi numeri ſimplices

ces à ſimplicibus, & quadrati à quadratis; non verò ſimplices à quadratis, & è contra. Utrobique numeri eodem ſigno notati, ſeu ejusdem ſpeciei, ſibi invicem ſupponuntur; nempe Integra ſub Integris, Prima ſub Primis, Secunda ſub ſecundis &c. Incipitur à dextra verſus ſiniſtram; operatio fit ut in vulgata Subtractione; reſiduum quod ſcribitur infra lineam, eandem denominationem accipit, quam habent numeri ſupra lineam ſcripti.

Exempla.

Primum.	Secundum.
8°, 7', 5''.	8°, 9', 3'', 4''', 2''''.
3, 5', 2'',	3, 0', 0'', 8''', 0
5°, 2', 3''.	5°, 9', 2'', 6''', 2''''.

Quando ſubtrahendæ ſunt partes, ſcilicet Prima, Secunda, Tertia &c. ab integris, & numeri ſunt ſimplices; tunc numero Integrorum addi debent tot ciftæ, quot virgulas habet ſupra ſe numerus partium, qui primus eſt à ſiniſtra in ſerie partium. *Exempli gratiâ,* ſi ab 8 Integris ſubtrahenda ſunt 2' Prima; addi debet ad 8 una cifra; ſi 2' Prima, & 3'' Secun-

cunda; addi debent duæ cifræ: si $2'$ Prima, $3''$ Secunda, $4'''$ Tertia; addi debent ad 8 tres cifræ, Sic ergo stabunt sequentia exempla.

Primum.	Secundum	Tertium.
$8^\circ\ 0$	$8^\circ 0\ 0$	$8^\circ 0\ 0\ 0$
$2'$	$2'.\ 3''$	$2'.\ 3''.\ 4'''.$
$7^\circ.\ 8'$	$7^\circ.7'.\ 7''$	$7^\circ.7'.\ 6''.\ 6'''$

Ratio hujus rei est, quia ut Prima subtrahantur ab Integris, tem Secũda & Tertia ab Integris; debent Integra converti in Prima, Secunda, Tertia &c: quod fit per additionem cifrarum modo prædicto: & hoc ideo, quia multiplicatio fit per 10.

Eodem modo si à Primis subtrahenda sunt Secunda, aut Tertia; addi debent Primis una, aut duæ cifræ, & operatio instituenda ut dictum. Quando verò subtrahendi sunt numeri quadrati à numeris quadratis, scilicet Partes ab Integris, aut partes plurium virgularum à partibus pauciorum virgularum; tunc loco unius cifræ addi debent duæ, & loco duarum quatuor, & loco trium sex &c: *Verbi gratiâ*, subtrahenda sint 2 Prima quadrata ab 8 Integris quadratis; aut 2 Prima, & 3

Secun-

Secunda quadrata ab 8 Integris &c: debent ſtare exempla ut ſequitur.

Primum.	Secundum.	Tertium.
o	o	o
8 0 0.	8 0 0 0 0	8 0 0 0 0 0 0
'	' ''	' '' '''
2.	2. 3.	2. 3. 4.
o ' ''	o ' '' ''' ''''	o ' '' ''' '''' v vi
7. 9. 8.	7. 9. 9. 7. 7.	7. 9. 9. 9. 7. 6. 6

Ratio verò hujus rei eſt, quia unum Integrum quadratum æquivalet 100 Primis quadratis, & 10000 Secundis quadratis, & 1000000 Tertiis quadratis; quæ quidem æquivalentia ſeu converſio ac multiplicatio habetur per additionem cifrarum modo dicto.

Eodem modo ſi à Primis quadratis ſubtrahi debent Secunda quadrata, aut Tertia &c: addi debent ad Prima duæ, aut quatuor, aut ſex cifræ, idque ob eandem rationem jam dictam.

Articulus IV.

De Multiplicatione Numerorum Geometricorum.

MUltiplicatio in illa Geometriæ practicæ ſpe-

ſpecie, quæ de ſuperficierum dimenſionibus agit, maximè eſt neceſſaria, & in omnibus operationibus adhibenda; ideo valde familiarem ſibi reddat ipſam Geometra neceſſe eſt.

Sciendum autem, ac bene Notandum, quando multiplicantur inter ſe numeri ſimplices, ſeu ſignificantes menſuras ſimplices, produci numeros quadratos, ſeu ſignificantes menſuras quadratas; ut ſi 4 Decempedæ ſimplices multiplicentur per 3 Decempedas ſimplices, producuntur 12 Decempedæ quadratæ.

Quid porrò producatur, dum multiplicantur perticæ per pedes, & pedes per uncias, aut perticæ & pedes per pedes &c: alij multis docent Regulis; nos qui diviſione denariâ Integrorum, Primorum, Secundorum &c: utimur, nullâ peculiari Regulâ indigemus, niſi ſequente unicâ, quæ univerſalis eſt, pro omnibus menſurarum ſpeciebus, ſuppoſitâ prædictâ denariâ ſeu decimali diviſione.

Pro Multiplicatione igitur Numerorum Geometricorum ſimplicium hæc duo obſerva.

Primò, ſcribe Multiplicatorem ſub Multiplicando, prout fieri ſolet in vulgata multiplicatione; deinde operationem inſtitue eo penitus modo, quo fieri ſolet in eadem multipli-

tiplicatione vulgari, nullâ adhuc habitâ ratione Primorum, Secundorum &c: ac si omnes numeri essent Integri, aut omnes unius cujuscunq; speciei, v. g. Prima, Secunda &c.

Secundò, peractâ operatione, ac descripto infra lineam totali producto, vide quot virgulis signata sit dextra figura tam Multiplicandi, quàm Multiplicatoris; & totidem virgulis, quot in utraq; reperies, signabis dextimam figuram totalis producti, reliquas verò ejusdem producti figuras versus sinistram nota unâ semper virgulâ minùs. Sed in exemplis res clariùs apparebit.

Sint igitur multiplicandæ 3 Decempedæ, & 2 Prima, per 2 Decempedas, & 4 Prima. Scribe numeros sub se invicem, ut vides in primo Exemplo, & duc vulgari modo 24 in 32; producentur 768. Quia igitur duæ dextimæ figuræ, nempe 2 & 4 (quæ sunt dextimæ figuræ Multiplicandi & Multiplicatoris) habent singulæ unam virgulam; notabis supra 8, quæ est dextima figura producti, duas virgulas, hoc est, denominationem Secundorum (sed quadratorum;) at supra proximè seqnentem figuram, 6, notabis unam virgulam, seu signum Primorum; & supra 7, notabis cifram, seu signum Integrorum (sed quadratorum.) Si igitur detur superficies quadrilatera rectangula, cujus unum latus sit lon-

longum 3 decempedas, & 2 Prima, hoc eſt 32 pedes ſimplices; alterum verò latus ſit latum 2 decempedas, & 4 Prima, id eſt, 24 pedes ſimplices; continebit tota area ſeu capacitas ipſius 7 decempedas quadratas, 6 Prima, & 8 Secunda quadrata.

Exempla.

Primum.	Secundum	Tertium.
3°. 2'	6°. 3'. 4''.	3°. 4'.
2°. 4'	4°. 2'	2'.
1 2 8	1 2 6 8	
6 4	2 5 3 6	
7° 6'. 8''.	2 6°. 6'. 2''. 8'''.	6'. 8''.

Sint iterum multiplicanda 6°, 3', 4'', per 4°. 2' hoc eſt, ſex decempedæ, tria Prima, quatuor Secunda, per quatuor decempedas, & duo Prima. Scribe numeros ut vides in ſecundo Exemplo, & operare ut in præcedenti Exemplo, producenturq; 26°, 6', 2'', 8'''. Ubi vides, dextimam figuram producti, nempe 8, eſſe ſignatum ſigno Tertiorum, quia duæ dextimæ figuræ ſupra lineam habent tres virgulas,

Sint denique multiplicandæ 3 decempedæ, & 4 Prima, per 2 Prima. Stabit Exemplum, ut vides, dabitque productum 6′, 8″. In hoc Exemplo videtur productum esse minus quàm Multiplicandus numerus; non tamen ita res se habet, quia in Producto sunt Prima & Secunda quadrata, at in Multiplicando sunt Integra & Prima simplicia.

Ratio verò prædicti modi operandi est, quòd propter denariam decempedæ divisionem, ac subdivisionem hac ratione idem præstatur, ac si Integra Multiplicandi ac Multiplicatoris resolverentur in partes, & partes majores in partes minores, ac deinde productum divideretur, ut fieri solet per aliorum Regulam multiplicandi, prout consideranti patet.

Articulus V.

De Divisione Numerorum Geometricorum.

IN Divisione Numerorum Geometricorum, Dividendus numerus significat superficies, seu numeros significantes mensuras quadratas, Divisor significat unum latus superficiei illius, quam exprimit numerus dividendus; Quotus denique proveniens significat

ficat alterum latus ejusdem superficiei. *Verbi gratiâ*, sint propositæ 24 decempedæ dividendæ per 3 decempedas; sensus est, quòd sit superficies aliqua continens 24 decempedas quadratas in sua area, & habens in latitudine 3 decempedas simplices; quæritur igitur alterum latus quot decempedarum simplicium sit in longitudine.

Possunt dividi numeri ejusdem speciei, id est, significantes vel sola Integra, vel sola Prima, vel sola Secunda &c. possunt etiam dividi numeri diversarum specierum, ut Integra, Prima, & Secunda &c. Divisor præterea potest significare res ejusdem speciei, & res diversarum specierum.

In omni porrò divisione proceditur ut in divisione vulgari, observando solùm duo.

Primum est, ut quando prævidetur fore, ut peractâ divisione remaneat aliquod residuum, adeoque occurrat aliqua fractio; adjungantur Dividendo numero duæ, aut tres cifræ cum notis partium convenientium; ut si dividenda sint 25 Integra, proximè sequens cifra significet Prima, altera verò cifra significet Secunda. Hoc autem ideo fit, ut numerus Dividendus reducatur ad numerum significantem minores partes, saltem Secunda; si enim habentur secunda, satis præcisa & exacta erit divisio, etiamsi remaneant Tertia

& Quarta; quia hæc ordinariè sunt tam exigua, ut sine errore possint negligi.

Secundum est, ut peractâ divisione modo communi, videatur quot virgulis signata sit dextima figura tam Divisoris, quàm Dividendi; ac deinde minor numerus virgularum subtrahatur è majori; & denique tot virgulis signetur dextima figura Quotientis, quot post factam subtractionem remanserunt, sequentes verò figuræ post dextimam signentur semper unâ virgulâ minùs.

Exempla.

Primum.

$$\overset{2}{} \quad 1'.\ 8''.\ 4'''.\ \ (2'.\ 3''.$$
$$8'.\ 8'$$

Secundum.

$$\overset{2}{} \quad 1'.\ 8''.\ 4'''.\ \ (2^{\circ}.\ 3'.$$
$$8''.\ 8''.$$

Tertium.

$$\overset{2}{} \quad 1^{\circ}.\ 8'.\ 4''.\ \ (2\ 3^{\circ}$$
$$8''\ 8''$$

Quartum.

$$\overset{2}{} \quad 1^{\circ}.\ 8'.\ 4''.\ \ (2'.\ 3.$$
$$8^{\circ}\ 8^{\circ}$$

Sint dividenda 1'. 8''. 4'''. per 8'. Collocentur numeri ut vides in primo Exemplo factum, & fiat divisio more ordinario; dabitque Quotiens 2'. 3''. Nam cùm Divisor, 8, signetur tantùm una virgulâ, dextima autem figu-

figura Dividendi tribus; ſi unam ſubtrahas à tribus, remanebunt duæ, quæ poni debent ſupra, 3, dextimam Quoti, & ſupra ſequentem numerum, 2, debet poni una.

Quod ſi eundem numerum, 1'. 8''.4'''. dividas per 8'', provenient in Quotiente 2°. 3', ut in ſecundo Exemplo apparet.

Si verò hunc eundem, 1°, 8'. 4''. dividas per 8'', provenient In Quotiente 23 Integra, ut in tertio Exemplo patet.

Si denique divids 1°, 8'.4''. per 8°; provenient in Quotiente 1'. 3''. ut in quarto exemplo apparet.

Sint iterum dividenda 8°. 4'. per 9'. Quoniam factâ diviſione numeri 84 per 9, remanent 3'; addatur ad 84 una cifra, & remanebunt, factâ primâ diviſione, 30: quoniam verò factâ ſecundâ diviſione remanent iterum 3', addatur altera cifra, & remanebunt 3''; quæ ferè negligi poſſunt; ſi tamen vis exactiorem diviſionem, addere poteris plures cifras.

Ex his patet, tum potiſſimùm adjungendas eſſe cifras ad Dividendum, quando Diviſor continet plures virgulas, aut quomodocunque major eſt, quàm Dividendus; quod contingere poteſt, ſi Dividendus ſignificat Integra, Diviſor partes.

Annotatio.

Usus decimalium numerorum non solùm habere potest locum in calculo geometrico, sed etiam in Astronomico, & quarumvis aliarum mensurarum ac ponderum. Si enim mensura & pondera integra, v. g. libra, dividantur non in 12, *aut* 16. *ut fieri aliàs assolet, sed in* 10. *partes æquales, & singulæ decimæ in alias rursus* 10. *æquales, id est, in centesimas totius; atque harum singulæ rursus in* 10, *quæ proinde jam erunt millesimæ totius, & sic ulteriùs, quò usque licet, aut necessarium fuerit; ponderibusque (aut mensuris) hunc in modum divisis utamur in calculo ponderum &c. nusquam fractiones sese ingerent, & molestiam creabunt, sed earum loco integris numeris adhærebunt particulæ decimales, quas licebit in additione, subtractione, multiplicatione, ac divisione, adhibere ut integros numeros, modo hactenus dicto. Idem fieri poterit in calculo Astronomico (de quo mox,) si circumferentia circuli dividatur quidem in* 360 *gradus, at gradus singuli non in* 60, *sed in* 10, *æquales partes secentur, & harum singulæ in alias* 10, *& hæ in alias &c. quò usq; placuerit, aut necessitas exegerit. Qui quidem modus placet nunc aliquibus Astronomis; atque utinam placuisset & antiquis, non esset tam intricatus Astronomicus calculus, prout esse mox patebit.*

CA-

CAPUT II.

De Arithmetica Astronomica.

ARithmeticam Astronomicam, seu, ut alij loquuntur, Astronomicum calculum hic appello illam numerandi praxin, quæ circa numeros Astronomicos versatur. Numeri Astronomici sunt, quibus Astronomi utuntur in astrorum motibus; & temporum periodis calculandis, dum quærunt, ac docent, aut quanto tempore datus aliquis motus cælestis absolvatur, aut quantus motus in dato aliquo tempore peragatur. Est hæc calculandi ratio summè necessaria in calculandis eclipsibus, in cælesti themate erigendo, in ephemeridibus condendis, & in omni Astronomiæ usu; ideoque non minùs diligenter, quàm vulgaris arithmetica, addisci debet. Potest tamen Tyro eam differre usque ad Astronomiam ipsam, de qua in Cursu Mathematico.

Articulus I.

De numeris Astronomicis.

ASTrorum motus cùm circulares ſint, numerantur in circulis, & circuli partibus. Circulus, ut l. 1. Curſus Mathematici c. 3. art. 3. n. 14 diximus, dividitur in gradus 360; gradus quilibet ſubdividitur in minuta ſeu ſcrupula prima 60; quodlibet minutum primum, in ſecunda 60; quodlibet ſecundum, in tertia 60; & ſic ulteriùs procedendo uſque ad decima minuta, vel etiam ulteriùs, ſi neceſſarium fuerit. Dividitur prætereà Zodiacus (cujus præcipua ratio habetur in calculo aſtronomico) vel in 12 ſigna communia, vel in 6 ſigna phyſica, ut appellant. Itaq; ſignum unum commune continet gradus 30, phyſicum verò unum gradus 60. Ex his conſtat, diviſionem motus aſtronomici fieri in circulos, ſigna, gradus, minuta, ſecunda, tertia &c. tanquam in integra & partes. Graduum nota eſt cifra ſupra numeros poſita; minutorum primorum, una virgula; ſecundorum, duæ virgulæ; tertiorum, tres &c. ſic: $30^{\circ}.7'.12''.30'''.52''''$. Ad collectionem eorundem motuum quod attinet, colliguntur minuta in gradus, & hi in ſigna (phyſica ſcilicet, aut comunia) & cir-

circulos; vel in ſexagenas primas, ſecundas, tertias &c. Una ſexagena prima continet gradus 60; una verò ſexagena ſecunda comprehendit 60 primas, ſive gradus 3600; una ſexagena tertia, 60 ſecundas, ſive gradus 216000; & ſic ſemper aſcendendo per ſexagecuplam proportionem, donec uſus poſtulaverit. In diviſione itaque motus aſtronomici deſcendimus, in collectione verò aſcendimus, utrobique per dictam ſexagecuplam rationem. En tabulam; quam ſi à ſiniſtra ingrederis, invenies quot minuta prima, ſecunda &c. continet unus gradus circuli; ſi verò à dextera, ſcies quot gradus comprehendat una ſexagena prima, ſecunda &c.

Unus gradus compreh. minuta		continet Gradus	Una verò Sexagena
Iª.	60		Iª.
2.	3600		2.
3.	216000		3.
4.	12960000		4.
5.	777600000		5.
6.	46656000000		6.
7.	2799360000000		7.
8.	167961600000000		8.
9.	10077696000000000		9.
10.	604661760000000000		10.

Tempus, hoc eſt, motûs duratio, numeratur in annis, menſibus, diebus, horis, minutis

primis, ſecundis, tertiis &c. usque ad decima, aut quousque neceſſarium eſt, & etiam in Sexagenis. Annus vel eſt aſtronomicus, vel vulgaris. Vulgaris vel Julianus eſt, vel Ægyptiacus. Julianus habet menſes 12. Menſis habet dies vel 28, vel 29, vel 30, vel 31. Dies habet horas 24. Hora habet minuta prima 60; minutum primum, 60 ſecunda; ſecundum, 60 tertia; ſicque ulteriùs. Ægyptiacus annus habet menſes 12, menſis verò habet dies æquabiliter 30, qui diſtinguuntur in horas & minuta, ut Juliani. Aſtronomicus annus eſt ſecundùm Alphonſinos dierum 365, horarum 5, minutorum primorum 49, ſecundorum 16, ſecundùm alios alius, ut in Curſu Mathematico diximus. Aſtronomi deſcendendo dividunt diem velut integrum in minuta ſeu ſcrupula 60 prima, ſcrupulum primum in totidem ſecunda, ſecundum in totidem tertia, & ſic porrò. Sic uni horæ vulgari competunt ſcrupula horaria aſtronomica, 2 prima, & 30 ſecunda. Aſcendendo verò colligunt dies in Sexagenas, ita ut dies 60 faciant unam Sexagenam primam, ſexaginta Sexagenæ primæ unam Sexagenam ſecundam, ſeu dies 3600, & ſic porrò, ut ſuprà de gradibus diximus.

Dies & ſcrupula dierum ſic notantur: 12°, $14'$, $7''$, $16'''$, $20''''$, 23^{v} &c. ſignificat, dies 12, ſcru-

ſcrupula prima 14, ſecunda 7, tertia 16, quarta 20, quinta 23 &c: Dies & Sexagenæ dierum notantur ſic: $32^{v}, 29^{''''}, 18^{'''}, 37^{''}, 15^{'}$; ſignificat, ſexagenas primas 15, ſecundas 37, tertias 18, quartas 29, quintas 32 &c.

Articulus II.

De Notatione & Numeratione astronomica.

IN Notatione numerorum aſtronomicorum tria ſunt obſervanda, primò recta collocatio, ſecundò genuina deſignatio, tertiò legitima enuntiatio ſeu numeratio. Hæc tria cujusmodi eſſe debeant, tametſi ex dictis intelligi queat, exponemus tamen exemplis nonnullis.

Exemplum I. in motibus.

	Signa.	Gradus.	Scrupula
Notat.	S.	o.	′ ″ ‴ ⁗ v. vi.
Numer.	10.	28.	13. 18. 28. 36. 52. 49

Signa 10, Gradus 28, Scrupula prima 13, ſecunda 18, tertia 28, quarta 36, quinta 52, ſexta 49 &c.

Vel.

Vel.

	Sexagenæ.			Gradus.	Scrupula.				
Notat.	3ª.	2ª.	1ª.	o	'	''	'''	''''	v.
Numer.	7.	17.	12.	37.	29.	18.	24.	29.	38.

Sexagenæ tertiæ 7, ſecundæ 17, primæ 12, Gradus 37, ſcrupula prima 29, ſecunda 18 &c.

Exemplum II. in tempore.

	Anni.	Menſes.	Dies.	Horæ.	Minuta.		
Notat.	A.	M.	D.	H.	'	''	'''
Numer.	16.	10.	21.	19.	50.	39.	42

Anni 16, menſes 10, dies 21, horæ 19, minuta prima 50, ſecunda 39, tertia 42 &c.

Vel.

	Sexagenæ.			Dies.	Scrupula.		
Notat.	3ª.	2ª.	1ª.	D.	'	''	'''
Numer.	4.	7.	3.	38.	55.	38.	17.

Sexagenæ tertiæ 4, ſecundæ 7, primæ 3, Dies 38, Scrupula prima 55, ſecunda 38, tertia 17 &c.

Arti-

Articulus III.

De Additione astronomica.

PRimò. Similium specierum numeros colloca sub similibus, ut Sexagenas primas sub sexagenis primis, secundas sub secundis, gradus sub gradibus, annos sub annis, scrupula prima sub primis &c. interpositâ lineâ, vel justo intervallo inter singulas species, ut sine errore à se invicem discerni possint, prout in sequentibus exemplis vides factum. *Secundò.* Si quis locus alicujus seriei caret numero, pone ejus loco cifram, ut vides in primo exemplo in serie scrupulorum secundorum. *Tertiò.* Ductâ infra omnes numeros addendos lineâ, incipe à dextra Additionem, ut in ordinaria fieri solet; & summâ unius seriei collectâ, quoties illa summa continet speciem anteriorem, tot unitates illi anteriori adjice, & residuum pone infra lineam, ut in omnibus exemplis vides esse factum.

Exemplum I. Sint addenda in motibus.

	S.	°	′	″	‴	⁗
	9	28.	56.	0.	37.	15.
	70.	19.	44.	13.	48.	59.
Summa.	8.	18.	40.	14.	26.	14.

In

In hoc exemplo scrupula 60 posteriora faciunt 1 anterius; & 60 prima, 1 gradum; & 30 gradus, 1 signum. Incipiendo itaque à scrupulis quartis, summa eorum est 74; à qua si rejiciantur 60, & pro ijs addatur unitas priori speciei; remanent 14. Deinde summa scrupulorum secundorum, unà cum unitate additâ est 86; à quibus si rejiciantur 60, & pro ijs addatur unitas antecedenti speciei, remanent 26. Summa scrupulorum secundorum cum unitate addita, est 14. Summa scrupulorum primorum est 100; à quibus si 60 abjiciantur, & pro ijs addatur unitas gradibus qui præcedunt; remanent 40. Summa graduum, cùm unitate addita, est 48; à quibus si 30 abjiciantur, & unitas addatur signis antecedentibus; remanent 18. Summa denique Signorum, cum unitate antea addita, est 20 quidem, at quia 12 Signa efficiunt circulum, & circuli integri ferè abjiciuntur in calculo astronomico, & retinetur id tantùm, quod infra 12, & circulo minus est (in motibus enim cœlestibus rarò quæritur, quoties sidus aliquod suum circulum fuerit emensum, sed in qua circuli parte quolibet tempore versetur) ideo residuum Signorum est tantùm 8.

Exem-

Exemplum II. Sint iterum addenda in motibus.

Sexagenæ.				Gradus.	Scrupula.			
4æ.	3æ.	2æ.	1æ.	o	'	"	'''	''''
0.	49.	50.	37.	45.	50.	13.	9.	18.
0.	17.	36.	8.	53.	58.	47.	0.	59.
Summa. 1.	7.	26.	46.	39.	49.	0.	10.	17.

In hoc exemplo gradus 60 æquivalent uni Sexagenæ primæ, & 60 Sexagenæ primæ uni secundæ, & 60 secundæ uni tertiæ, & 60 tertiæ uni quartæ; ideo licèt colligantur gradus 99; infrà tamen scribuntur tantùm 39; & licèt colligantur sexagenæ tertiæ 67, infrà tamen scribuntur tantùm 7, & pro 60 abjectis ponitur unitas infra sexagenas quartas.

Exemplum III. Sint addenda in tempore.

Anni	Dies.	Horæ.	Minutæ.		
			'	"	'''
30.	38.	23.	3.	18.	39
60.	59.	18.	59.	27	30
Summa. 90.	98.	18.	2.	46.	9.

In hoc exemplo horæ 24 efficiunt unum diem, Licèt igitur summa horarum sit 42, infrà

infrà tamen ſcribuntur tantùm 18, & pro reliquis 24 abjectis additur unitas ad dies.

Examen Additionis fit per Subtractionem, ſubtrahendo unum additorum numerorum à ſumma inventa &c. prout dictum fuit in Additionis vulgatæ Examine.

Articulus IV.

De Subtractione Aſtronomica.

PRimò. Scribe ſpecies ſimiles ſub ſimilibus, hac conditione, ut major numerus ſcribatur ſuprà, minor verò infrà, ut in exemplis apparet. *Secundò.* Operationem inſtitue ut in Subtractione ordinaria. Si in aliqua ſpecie numerus ſuperior eſt minor quàm inferior, ut propterea ſubtractio fieri nequeat; ſume unitatem ex numero ſuperiore ſpeciei antecedentis, eamque reſolve in ſpeciem conſequentem, & adjice numero ipſius ſuperiori, ut in ijsdem exemplis factum vides. In hoc autem caſu ſpeciei antecedentis numerum ſuperiorem diminutum eſſe unitate memineris. *Tertiò.* Si primæ ad ſiniſtram ſpeciei numerus ſuperior etiam eſt minor inferiore, aſſume ad eum unum integrum, v. g. integrum circulum ad ſigna, unum annum ad dies, unum diem ad horas &c. Exemplum po-

ponam tantùm in motibus. Idem autem operandi modus est in temporum subtractione.

Exemplum.

	Signa.	Gradus.	Minuta.		
	S.	o.	'	"	'''
	8.	20.	o.	43.	56.
	3.	28.	18.	53.	58.
Residuum,	4.	21.	41.	49.	58.

In hoc exemplo suppono unum signum valere 30 gradus. Itaque incipiendo à scrupulis tertiis, subtrahantur 8 à 16, & 5 non à 4, sed à 10, quia unum minutum secundum mutuò acceptũ, valet 60 tertia, seu 6 denitates tertiorum; quibus si addantur 40''', seu 4 denitates tertiorum, fiunt 10 denitates tertiorum; à quibus si 5 subtrahantur, remanent 5, ideoque 58 tertia. Deinde pergendo ad secunda scrupula, 3 subtrahuntur à 12, remanent 9; & 5 à 9, remanent 4, ideoque 49 secunda. Postea ad prima pergendo, subtrahuntur 8 à 9, (nam 18 stant sub 59, quia antea unus gradus fuit resolutus in 60 scrupula; & unum scrupulum fuit resolutum in 60 secunda, remanseruntque 59 scrupula prima) remanet 1; & 1 à 5, remanent 4, atque adeo 41. Iterum pergendo ad gradus, subtrahun-

tur 8 à 9, remanet 1; & 2 à 4 (assumendo scilicet unum signum, quod valet 30 gradus) remanent 2. Tandem pergendo ad signa, subtrahuntur 3 à 7, remanent 4. Quòd si signum valeret gradus 60, deberent subtrahi gradus 28 à 79, & remanerent 51 gradus, & signa 4 ut antea. Si subtrahenda essent signa 10 ab 8, assumi deberet circulus ad 8, & constitui signa 20, & ab illis detrahi 10.

Examen Subtractionis fit per Additionem, addendo residuum ad numerum subtractum &c. prout dictum fuit in Examine Subtractionis vulgaris.

Articulus V.

De Multiplicatione Astronomica.

INtricatissima est praxis multiplicandi numeros astronomicos sexagenariam proportionem servantes, præsertim quando diversæ species per diversas species multiplicandæ sunt, nempe gradus per minuta; secunda &c. aut sexagenæ primæ per secundas, tertias &c. Conabor tamen quàm ordinatissimè procedere. Igitur

Primò. Commodioris operationis gratiâ scribe majorem numerum (qui nimirum ex pluribus speciebus compositus est) suprà pro

Mul-

Multiplicando; minorem verò, seu paucio-rum specierum, infrà pro Multiplicante; ita tamen, ut ultima ad dexteram Multiplicantis species subjiciatur ultimæ Multiplicandi, sive ambæ ultimæ sint ejusdem speciei, sive diversæ, ut in exemplis infrà apparet. Quòd si uterque numerus æquè multas species continet, perinde est qui supernè, & qui infernè ponatur.

Secundò. Ductâ lineâ infra numeros collocatos, à dextera incipe, & duc singulas Multiplicantis species, in singulas Multiplicandi, more consueto in multiplicatione ordinaria; productum, si sexagenarium numerum excedit, divide per 60; residuum colloca sub Multiplicante, Quotum verò productum ex divisione adjice speciei antecedenti, uti in ijsdem exemplis factum vides.

Tertiò. Peractâ totâ multiplicatione, nota ac distingue ritè in species numeros ex multiplicatione emergentes, tali pacto: si notæ utriusque numeri, multiplicandi videlicet & multiplicantis, sunt ejusdem speciei, hoc est, si uterque habeat notas tantùm tales, o, I, II, III, &c. eas adde inter se, & producto supra scribe; si diversas, ut o & I, o & II, &c: item minuta & sexagenas; subtrahe minorem ex majore, & residuum scribe pro nota supra productum.

Exemplum. Sint multiplicanda $4^{0}.\ 13'.\ 42''.\ 50'''.$ per $38''$. Colloca numeros ut vides, &

	$4^{0}.$	$13'.$	$42''.$	$50'''.$
				$38''.$
	$8.$	$26.$	$31.$	40
$2.$	$32.$	$14.$	$36.$	
$'$	$''$	$'''$	$''''$	v
$2.$	$40.$	$41.$	$7.$	$40.$

duc 38 in 50; producentur 1900; hæc divide per 60, producentur 31, & remanebunt 40: scribe ergo 40 infra multiplicantem, & 31 pone infra antecedentem speciem, adjicienda summæ ex multiplicatione sequenti producendæ; ut vides factum ex exemplo. Iterum duc 38 in 42; producentur 1596; hæc divisa per 60, dant 26, & remanent 36: scribe 36 infra 42, & infrà 31, sed 26 pone infra 13. Iterum duc 38 in 13, productumque 494 divide per 60; habebis 8, & remanebunt 14; hæc scribe infra 13, illa infra 4. Tandem duc 38 in 4, producentur 152; quæ divisa per 60, dant 2, & 32: scribe 32 infra 4, & 2 scribe in loco anteriori. His peractis, collige summas infra primam lineam positas in summam totalem, modo dicto Artic. 3. & habebis summam infra secundam lineam, notatam ut vides, juxta tertium præcedens præceptum, quoniam secunda ducta in tertia, dant quinta; in secunda, quarta in prima, tertia; in integra, secunda, & hæc divisa per 60, dant prima.

Simili prorsus modo procedendum est in

omni-

omnibus aliis exemplis, sive motus per motum multiplicentur, sive tempora per tempora; & etiamsi Multiplicans contineat plures species. Exempla tu ipse tibi statue.

Articulus VI.

De Divisione Astronomica.

Divisio numerorum Astronomicorum per Astronomicos, rarum habet usum, & per Tabulam Sexagenarium difficulter peragitur, sine Tabula difficillimè. Qui eâ destituitur, resolvat tam Dividendum, quàm Divisorem, per continuam multiplicationem Sexagenariam, in ultimas species quas continent, & tum divisionem more vulgato instituat, Quotumque inventum rursus per continuam divisionem sexagenariam more vulgato in suas species colligat.

Exemplum. Sint dividenda Sexagesimæ secundæ 16, Sexagesimæ primæ 5, gradus 9, minuta 12, Secunda 17, Tertia 16, per sexagesimas primas 42, Gradus 23, Minuta 35, Secunda 46. Reduc totum Dividendũ ad Tertia, per continuam

2æ.	1æ.	°	'	''	'''
16.	5.	9.	12.	17.	16
	1æ.	°	'	''	
	42.	23.	35.	46.	

Tertia. 125083882 36
Secũda. 9156946
Prima. 1366.
Gradus. 22. Minuta 46.

 mul-

multiplicationem per 60, & habebis Tertia 12508388236. Similiter reduc totum Divisorem ad Secunda, per eandem continuam multiplicationem per 60, & habebis Secunda 9156946. Divide jam Tertia per Secunda, divisione vulgari, & habebis pro Quoto Prima 1366, uti patebit ex Regulis paulò pòst adsignandis. Hæc rursus divide divisione vulgari per 60, & produces Gradus 22, Minuta 46, uti ex ijsdem Regulis patebit.

Per tabulam Sexagenariam, (quam in Cursu Mathematico dedimus, & apud alios extat, hîc autem omittimus, ad parcendum sumptibus) sic instítues divisionem. *Primò.* Totum Dividendum cum suis speciebus scribe loco superiori, eique subjice, incipiendo a sinistra, totum Divisorem cum suis etiam speciebus, ita ut vel sinistima figura Divisoris subjiciatur sinistimæ Dividendi, si minor sit Divisor quàm membrum Dividendi cui respondere debet; vel proximè sequenti, si sit major. Deinde post utrumque numerum ad dexteram forma semilunulam, cui Quotus inscribatur, prout in Divisione ordinaria fit, & prout in exemplo factum vides in A & B.

Secundò. Si utraque prima species, tam Divisoris, quàm Dividendi, excedat triginta, adi tabulam triangularem, & quære Diviso-

rem

rem in latere supremo transversali A B, Dividendum verò in subjecta columna perpendiculari; vel si Dividendus in dicta columna præcisè non reperitur, quære numerum proximè minorem; & ab hoc numero perge ad latus dextrum B C trianguli, inveniesque Quotum post lunulam scribendum. Si verò alterutra, sive Dividendi, sive Divisoris, prima species minor est tricenario, adi tabulam quadrangularem, & quære Divisorem in latere sinistro D E dictæ tabulæ, Divisorem verò in columna transversali, vel ipso proximè minorem numerum; à quo numero si ascendas rectà ad caput tabulæ, invenies in ejus latere obliquo D F Quotum post lunulam scribendum, ut vides in L factum.

Exemplum.

	2^x. 1^x. 0 ' '' '''
I. Dividendus.	A. 16. 5. 9. 12. 17. 16. ₒ
	(L. 22
	1^x. 0. ' ''
Divisor.	B. 42. 23. 35. 46.
Numeri ex multipl:	C. 15. 8. 12. 16. 52.
Quoti in Divisorem.	24. 26. 50.
Suma subtrahenda	2^x. 1^x. 0. ' '' '''
ex Dividendo.	D. 15. 32. 39. 6. 52.
Residuum ex subtra-	1^x. 0 ' ''
ctione.	E. 00 32. 30. 5. 25.

	1ª. 0 ' " '''
II. Novus Dividend⁹.	F. 32. 30. 5. 25. 16.
	1ª. 0. (M. 22. 46
Divisor promotus.	G. 42. 23. 35'. 46".
Numeri ex multiplicato novi Quoti in Divisorem orti.	H. 32. 17. 26. 35. 16.
	12. 38. 50.
	1ª. 0 ' " '''
Summa subtrahenda ex novo Dividendo.	I. 32. 30. 5. 25. 16.
Residuum ex subtractione.	K. 00. 00. 0. 00. 00.

Tertiò. Quotum inventum multiplica in totum Divisorem, modo dicto in Articulo V. de Multiplicatione astronomica, ut vides factum in C.

Quartò. Productum ex multiplicatione collige in unam summam, distinctam ritè in suas species; ut vides in D: eamque summam subtrahe à Dividendo, cui subscriptus est Divisor, & residuum scribe infrà, ut in præcedenti exemplo vides in E.

Quintò. Residuo infrà notato adjunge aliam speciem Dividendi, ut factum vides in F: Divisoreque promoto ut fieri solet in divisione ordinaria, & ut vides factum in G, repete operationes omnes ut antè, & ut factum vides in H, in I, in K, & in M.

Sextò,

Sextò. Si plures supersunt species Dividendi, repete eundem operandi modum, donec omnes absumpseris. Si promoto Divisore, is major est quàm Dividendus cui subscriptus est, pone cifram post lunulam, & iterum promove Divisorem, operareque ut antea. Si quid ex divisione residuum sit, placeatque ulteriùs per eundem Divisorem dividere; tunc residuo à dextris loco ulterioris speciei adjunge cifram semel, aut iterum, prout libuerit, numerumque istum ulteriùs partire modo antea dicto. Sic ad minima pervenire poteris.

Sit Dividendus & Divisor ut suprà paulò post initium hujus art. sexti. Colloca illos ut vides in A & B præcedentis paulò antè exempli. Et quoniam prima dividendi species, 16, minor est tricenario, quære divisorem, 42, in latere DE trapezij, & perge dextrorsum in eadem columna; in qua quia non occurrunt 16, 5; accipe proximè minorem numerum 15, 24, & ascendendo invenies 22. Scribe ergo 22 pro Quoto, ut vides in L, eumque multiplica in divisorem B; invenies numeros C; quos collige in summam D, & subtrahe ab A, eritque residuus numerus E. Huic adde ultimam dividendi speciem, nimirum 16‴, & habebis novum dividendum F, cui subscribes divisorem, ut vides factum

in G. Et quia prima species tam dividendi, quàm divisoris, major est tricenario; quære primam divisoris speciem, 42, in fronte A B trianguli, & descendendo invenies 32, 12; à quo numero perge dextrorsum, & in latere B C trianguli invenies 46. Scribe hæc post lunulam pro Quoto, ut vides in M; eundem multiplica in G, numeros H productos collige in summam I, eamque subtrahe ab F, & nihil remanebit. Erit itaque Quotus, 22, 46.

Septimò. Peractâ divisione totâ, signa notis convenientibus species Quoti ex divisione emergentis, observando sequentes Regulas.

Regulæ ad signandas species Quoti.

Prima. Cùm divisor & dividendus habent notas ejusdem speciei, & quantitatis, proveniunt integra. *Sic si dividas gradus per gradus, Sexagenas primas per primas, secundas per secundas, &c. Scrupula prima per prima, secunda, &c. emergunt gradus, qui integrum constituunt.*

Secunda. Cùm divisor & dividendus habent notas ejusdem speciei, sed nota dividendi superat notam divisoris; subtrahe minorem notam ex majori, eritque residuum nota Quoti ejusdem speciei ut antea. *Sic si divi-*

dividas scrupula 36‴ *per* 6″, *fiet Quotus* 6′: *Si sexagenas* 123as, *per* 62as, *fiet Quotus* 21æ.

Tertia. Cùm divisor & dividendus habent notas ejusdem speciei, sed nota divisoris superat notam dividendi; subtrahe similiter minorem ex majore, eritque residuum nota Quoti diversæ speciei quàm antea: nam ex scrupulis fiunt sexagenæ, & ex sexagenis scrupula. *Sic si dividas scrupula* 12″ *per* 6‴, *fiunt* 21æ *Sexagenæ*: *si verò sexagenas* 162as *per sexagenas* 43as, *fiunt scrupula* 4′.

Quarta. Cùm divisor & dividendus habent notas diversæ speciei, adde notas divisoris notis dividendi, & summa erit nota Quoti sub ea specie, sub qua dividendus erat. *Sic si dividas* 20 2as *sexagenas, per* 4‴ *scrupula, emergunt* 5 *sexagenæ quintæ*: *& si dividas scrupula* 16″ *per* 4 *sexagenas tertias, emergunt* 4 *scrupula quinta.*

Quinta. Cùm gradus dividuntur per scrupula, proveniunt Sexagenæ ejusdem speciei, cujus sunt scrupula divisoris. *Sic si dividas* 16° *per* 4′ *scrupula, habebis in Quoto* 41as *sexagenas.*

Sexta. Cùm Scrupula per gradus dividuntur, proveniunt scrupula ejus speciei, cujus est dividendus. *Sic si dividas* 16″ *scrupula per* 4°, *habebis in Quoto* 4″ *scrupula.*

Septima. Cùm gradus per sexagenas dividuntur, proveniunt in Quoto scrupula ejus spe-

speciei, quam habet divisor. *Sic divisis* 16° *per* 4[2as] *sexagenas, erit Quotus* 4'' *scrupula.*

Octava. Cùm Sexagenæ per gradus dividuntur, proveniunt sexagenæ ejus speciei, cujus est dividendus. *Sic divisis* 16[2is] *sexagenis per* 4°, *erit Quotus* 4[2æ] *sexagenæ.*

Annotatio.

HÆ regulæ valent, cùm dividendus primus est major divisore: si enim est minor, producitur species in Quoto uno loco inferior illâ, quam Regulæ docent; scilicet non gradus, sed scrupula; non scrupula, sed secunda. Si tamen minorem dividendum reducas ad sequentem speciem minorem, v. g. gradus ad scrupula, scrupula ad secunda, &c. valent Regulæ.

CAPUT III.

De Arithmetica Politica seu Civili.

POliticam seu Civilem Arithmeticam voco, quæ vulgaris Arithmeticæ operationes ac regulas applicat monetis, ponderibus, mensuris aridorum, liquidorum, intervallorum, in politica seu civili vita usita-

usitatis. Monetæ, pondera, ac mensuræ, ut semper apud varias gentes ac nationes varia fuêre, ita nunc quoque tanta ubivis locorum, in Germania præsertim, diversitas eorundem est, ut in ijs non solùm regna à regnis, provinciæ à provincijs, sed sæpe etiam ejusdem regni ac provinciæ urbes ab urbibus discrepent. Modus tamen calculandi idem cum proportione est, ita ut qui unius loci monetas, pondera, ac mensuras inter se addere, subtrahere, multiplicare, dividere (in his enim quatuor præcipuè consistit omnis Arithmeticæ Civilis praxis) novit, possit eundem operandi modum aliorum quoque locorum monetis, ponderibus, ac mensuris applicare, dummodò ingenio mediocri polleat, & varias dictarum rerum divisiones in partes minores ac miores sciat, uti ex dicendis patebit. Regulæ ergo quas trademus, omnibus applicari poterunt, ut varia exempla, quæ adducemus, declarabunt.

Arti-

Articulus I.

De monetarum, ponderum, ac mensurarum diversis denominationibus, seu speciebus.

VAriæ nationes variis monetis variè divisis utuntur. Romani hodie utuntur scutis, Juliis, bajocis, granis. Scutum habet 10 Julios, Julius 10. bajocos, bajocus 5 grana. Siculi utuntur unciis, tarenis, granis. Uncia valet 30 tarenos, tarenus 20 grana. Germani aliqui utuntur florenis, baciis, crucigeris, nummis. Florenus valet Herbipoli 15 bacios, bacius 4 crucigeros, cruciger (alicubi saltem) 4 nummos. Monetas hisce ac similibus modis divisas appello hîc monetas diversæ denominationis, seu speciei.

Idem intelligi debet de ponderibus, & mensuris aridorum, liquidorum, intervallorum. Pondera sunt plerisque in locis, centenarius, libra, uncia, semiuncia seu loto, drachma, &c. Centenarius continet 100 libras, libra 16 uncias, uncia 2 semiuncias seu lotones, loto 4 drachmas. Mensuræ liquidorum & aridorum majorem diversitatem habent apud plerosque populos. Intervallorum men-

menſuræ ſunt milliaria, paſſus, pedes, cubiti, palmi, digiti, grana hordei, &c.

Ex his patet, in monetis, ponderibus, & menſuris quibuslibet reperiri integra, & partes in quas integra dividuntur. Hæc integra & partes appello hîc diverſas ſpecies ſeu denominationes.

Articulus II.

De Additione monetarum, ponderum, menſurarum diverſa ſpeciei.

PRimò. Colloca ſpecies ſimiles ſub ſimilibus, ac primò quidem loco, ſeu ad dexteram, minimas, tùm ordine majores uſque ad maximas; & ſi ſpecies aliqua intermedia deſit in aliqua ſerie, ejus locum tranſili, aut cifrâ reple. *Secundò.* Vide quoties ſpecies antecedens conſequentem verſus dexteram contineat in ſe, ſeu quoties dextera contineatur in ſiniſtra ſubſequente. *Tertiò.* Ductâ lineâ infra omnes numeros, incipe à minima ſpecie ad dextram, & collige omnes numeros in unam ſummam; & quoties in ea continetur antecedens ſpecies, tot unitates adjice numero antecedenti; reſiduum verò pone infra lineam ſub ſpecie illa, in cujus numeris occuparis.

Exem-

Exemplum I. in monetis. Sint addendi floreni, bacij, crucigeri, & nummi A. Colloca numeros ut vides, & incipe à nummis, dicendo: 3 & 2 faciunt 5; & quoniam 4 nummi faciunt crucigerum, retine unam unitatem pro sequenti specie, & 1 residuum scribe infra lineam. Perge deinde ad crucigeros, & dic: 3, & 1 antea retentum, faciunt 4; & quoniam 4 crucigeri efficiunt unum bacium, scribe cifram infra lineam, & retine unam unitatem pro sequenti specie. Mox perge ad bacios, quorum summa, unà cum unitate antea retenta, est 23; à quibus si auferas 15, qui florenum efficiunt, remanent 8; pone ergo 8 infra lineam, & adde florenis sequentibus unitatem, quorum summa cum hac unitate facit 33. Omnium ergo specierum summam exhibet numerus B.

	Flor.	Bacij.	Crucig.	Numi.
A.	13.	14.	3.	2.
	19.	8.	0.	3.
B.	33.	8.	8.	1.

Exemplum II. in ponderibus. Sint addendi centenarij, libræ, & unciæ C. Unciarum sum̃a est 30, à qui-

	Cent.	Lib.	Unc.
	35.	94.	12.
C.	17.	18.	8.
	40.	0.	10.
D.	111.	13.	14.

à quibus si auferas uncias 16, quæ unam libram efficiunt, remanent unciæ 14. Librarum summa, unà cum unitate addita, est 113; à qua si auferas 100, quæ centenarium efficiunt, remanent 13. Centenariorum summa, unà cum unitate addita, est 111. Summam omnium exhibet numerus D.

Simili prorsus modo procedendum est in mensuris, & in omni aliarum monetarum, ponderum, & mensurarum genere, tametsi in alijs facilior sit operatio, in alijs difficilior, propter diversitatem partium in quas integra dividuntur.

Ex his patet, additionem hanc esse similem additioni astronomicæ suprà explicatæ, & unam alteri lucem afferre.

Articulus III.

De Subtractione monetarum, ponderum, mensurarum diversæ speciei.

PRimò. Colloca ut antea species similes sub similibus, ita tamen, ut numerus minor seu subtrahendus, sit infra majorem ejusdem speciei, ut in exemplis apparet.

Secundò. Si alicujus speciei inferior numerus nō potest subtrahi à superiori, eò quòd inferior superiori major est, accipiatur mutuo

L uni-

unitas à numero superioris speciei proximè antecedentis, & resolvatur in speciem illam de qua tractas, & tunc à toto aggregato subtrahe inferiorem, ut in ijsdem exemplis patet.

Exemplum I. Sit subtrahendus numerus E, à numero F. Incipe à granis; & quia 4 à 2 subtrahi non possunt, mutuum accipe unum bajocum, & resolve in grana 5, quæ addita ad 2, faciunt grana 7, à quibus si subtrahas 4, remanent 3. Perge jam ad bajocos, & quoniam 4 à tribus (unum enim sustulisti, & resolvisti in grana) non possunt subtrahi, resolvi unum Julium in decem bajocos (tot enim valet) quibus additis ad 3, subtrahe 4 ab 13, remanent 9. Ulteriùs subtrahe 3 Julios non ab 8, sed à 7, remanent 4. Tandem subtrahe 19 scuta à 23, remanent 4.

	Scuta.	Julij.	Bajo.	Gra.
F.	23.	8.	4.	2.
E.	19.	3.	4.	4.
G.	4.	4.	9.	3.

Exemplum II. Sint iterum subtrahendi numeri H à numeris I. Dic 3 à 4, remanet 1. 14 ab 8 non possunt subtrahi, resolve ergo unum florenum in bacios, & habebis 23 bacios, à quibus si sub-

	Floren.	Bacij.	Cruc.
I.	128.	8.	4
H.	29.	14.	3.
K.	98.	9.	1.

si subtrahas 14, remanent 9. Tandem florenis 9 à 17 subtractis, remanent 8; & duobus subtractis ab undecim, remanent 9. Simili modo proceditur in ponderibus, & mensuris.

Articulus IV.

De multiplicatione monetarum, ponderum, & mensurarum diversæ speciei.

MUltiplicatio rerum diversæ speciei per res diversæ speciei, maximè & ferè unicè locum habet in mensuris geometricis. Si tamen in alijs quandoque rebus occurrat, ut si multiplicandi sint floreni 30, bacij 12, crucigeri 3, per florenos 10, bacios 8, crucigeros 2; sic procedi potest. Omnes monetæ Multiplicandi reducantur per Multiplicationem ordinariam ad minimam speciem, nempe in casu posito ad crucigeros, multiplicando videlicet 30 per 15, & summæ productæ addendo 12; totumque aggregatum iterum multiplicando per 4, & summæ productæ addendo 3. Simili modo monetæ Multiplicatoris reducanuur ad crucigeros. His factis, multiplicentur modo ordinario crucigeri per crucigeros, & summa producta divisione etiam ordinariâ reducatur ad bacios, & bacij ad

florenos; eritque multiplicatio peracta. In exemplo posito crucigeri Multiplicandi, sunt 1851; Multiplicantis verò; sunt 634; summa producta sunt 1333534 crucigeri; quæ divisa per 60, (tot enim crucigeri faciunt unum florenum) dant florenos 22225, bacios $8\frac{1}{2}$. Simili ratione in alijs procedi potest.

In mensuris geometricis pro operationibus Geometriæ practicæ, adhibentur perticæ, pedes, digiti, & grana, & scrupula, ut ex dictis suprà in Arithmetica Geometrica, cap. 1. constat. Si igitur pertica dividatur in decem pedes, & pes in decem digitos, & digitus in decem grana; facillima est multiplicatio, ut ex ibidem dictis patet. Hoc autem fieri potest etiam in illis locis, in quibus Decempeda non est in usu, sed vel duodecempeda, vel sexdecempeda. Si quis tamen uti malit sexdecempedâ, perticâ nimirum divisâ in pedes 16, & pede diviso in digitos 16, & digito diviso in 16 grana, & granis in 16 scrupula divisis; ita procedere potest.

Primò. Numerus qui plures species continet, aut saltem major est altero, commoditatis gratiâ fiat Multiplicandus, & scribatur superiori loco; alter verò fiat Multiplicator, & inferiori loco scribatur, ut in sequenti exemplo apparet. *Secundò*. Similes species sub similibus collocentur, & in absentium locum

cum subſtituatur in medio ac fine cifrà. *Tertiò.* Singuli numeri inferiores multiplicentur more ordinario in ſingulos ſuperiores,& productum cujuslibet ſpeciei ſeparatim & integrè ſcribatur infrà, ſive unâ, ſive pluribus conſtet notis ſeu figuris. *Quartò.* Singulorum locorum numeri in unam ſummam colligantur, ac deinde ſingulæ ſpecies poſteriores reducantur ad antecedentes, & quoties continent antecedentes, tot unitates ijs addantur, ſumendo pro ſingulis 16 unitatibus poſterioris unam unitatem anterioris. *Quintò.* Totum numerum divide ac diſtingue ritè in ſuas ſpecies, per Regulas poſtea tradendas.

Exemplum.

				pert.	ped.	Dig.
Multiplicandus.				3.	4.	6.
Multiplicator.				2.	3.	5.
Numeri producti	A.			15.	20.	30.
ex multiplicatio-	B.		9.	12	18.	
ne.	C.	6.	8.	12.		
Summa eorum.	E.	6.	17.	39.	38.	30.
Reducta.	F.	7.	3.	9.	7.	14.

In hoc exemplo digiti multiplicatoris ducti in multiplicandum, produxerunt nume-

 rum

rum A, pedes numerum B, perticæ numerum C. Horum trium numerorum summa est E; quæ reducta, dividendo singulos numeros separatim propositos per 16, dat summam F. Quam in species divides per sequentes Regulas.

Regulæ ad cognoscendum speciem emergentem ex multiplicatione prædicta.

PRima. Digiti ducti in digitos, pedes in pedes, perticæ in perticas, producunt quadratos digitos, pedes, perticas. *Secunda.* Digiti ducti in pedes, producunt pedes latos uno digito; quos Agrimensores appellant pedes cõtractos, krumme Schuh. Horum sexdecim juxta se positi secundùm latitudinem efficiunt pedem quadratum, ein Creutz-Schuh. *Tertia.* Digiti ducti in peritcas, producunt perticas unum digitum latas; quas Agrimensores Germani vocant Creutz-Viertel. Harum sexdecim juxta se secundùm longitudinem positæ efficiunt pedem quadratum. *Quarta.* Pedes ducti in perticas efficiunt perticas unum pedem latas; quarum sexdecim æquivalent uni perticæ quadratæ, quam Germani Creutz-Ruthen vocant. Igitur 16 digiti quadrati efficiunt unum antecedentis speciei, nimirum unum pedem latum uno digito: & 16 pedes lati

lati uno digito, efficiunt unum pedem quadratum: & 16 pedes quadrati unam perticam quadratam. Item 16 perticæ latæ unum pedem, faciunt unam perticam quadratam. Descendendo itaque, post perticas quadratas sunt perticæ latæ unum pedem, seu pedes quadrati; post hos sunt pedes lati unum digitum, seu digiti quadrati; post hos grana; post hæc tandem scrupula quadrata.

In superiori ergo exemplo summa producta est, 7 perticæ quadratæ; 3 perticæ latæ unum pedem, seu 3 pedes quadrati; 9 pedes longi unum digitum, seu 9 digiti quadrati; 7 digiti lati uno grano, seu 7 grana quadrata; 14 grana lata uno scrupulo, seu 14 scrupula quadrata. Ratio est, quia cùm perticæ multiplicatæ in perticas, producant perticas quadratas, necessariò sinistima figura significat perticas quadratas, & reliquæ singulæ sequentes significant speciem quadratam proximè minorem.

Articulus V.

De Divisione monetarum, ponderum, ac mensurarum diversæ speciei.

QUomodo instituenda sit divisio, si decimali perticæ divisione utamur, patet ex

alio in loco. Ego non virgulis seu bacillis, sed laminis utor, quoniam parabiliores ac magis tractabiles sunt. Et quoniam nihil aliud sunt quàm columnæ mobiles tabulæ Pythagoricæ, de qua suprà Part 1. cap. 1. Artic. 4. ideo hoc nomine eas imposterum appellabo. Harum igitur columnarum fabricam, & usum, quoniam præclarus is est, breviter hîc, & quàm potero clarissimè tradam, licèt utrumque præstet auctor ipse, sed valde obscurè & fusè, non quidem in laminis, sed in virgulis seu prismatibus quadrangulis.

Articulus I.

De fabrica columnarum mobilium tabulæ Pythagoricæ

EX ære, charta solida, aliavè quacunque materia idonea, præparetur lamina tenuis, sed rigida, ABCD, eaque dividatur in decem (aut plures etiam, ob causam postea dicendam) columnas æqualis longitudinis & latitudinis inter se. Singulas columnas di-

vide in novem æqualia inter ſe quadratula, & quælibet quadratula partire in duo triangula, ductâ diagonali ab angulo inferiori ſiniſtro ad angulum ſuperiorem dexterum, uti figura monſtrat. Novem prioribus columnis, & ſingulis earum quadratulis, inſcribe eoſdem numeros quos ſuprà loco citato inſcripſimus tabulæ Pythagoricæ, hoc pacto, ut qui unicâ figurâ conſtant, ſcribantur in triangulo inferiore ſeu dextero; qui verò duabus figuris conſtant, dividantur, & una ſcribatur in ſuperiore, altera in inferiore triangulo, prout eadem figura monſtrat. Decimæ columnæ triangulis inferioribus inſcribatur una cifra. Hoc facto, in oppoſita ſeu averſa laminæ parte, ſi placet, fiant ſimiles columnæ, quadratula, & triangula, omnia ejuſdem omnino cum prioribus magnitudinis, atque ita, ut diviſionum lineæ unius faciei exactiſſimè correſpondeant diviſionum lineis alterius faciei. Non tamen ijdem numeri utrique faciei unius ejuſdemquè columnæ inſcribantur, ſed ſi una facies columnæ continet unitatem cum ſuis multiplis, altera facies contineat binarium, aut ternarium, &c. cum ſuis multiplis. His etiam factis, ſingulæ columnæ exſcindantur, ut à ſe invicem ſeparari, & pro libitu alijs modis inter ſe conjungi iterum queant, ut apparet in figu-

figura E F G H I. Quò autem plures fuerint hujusmodi columnæ, eò magis patentem usum in numeris quantumvis magnis multiplicandis ac dividendis habebunt, ut ex dicendis patebit. Abundè tamen satis erit habere sex uniuscujusque formæ bifrontes columnas.

Hæc fabrica est mobilium columnarum. Neperus jubet adhiberi prismata quadrangularia, hoc est, columnulas quadrilateras æqualium inter se laterum quoad longitudinem, easque dividere in quadratula & triangula modo dicto, ita ut quodlibet prisma contineat duas nostrarum columnarũ. Quod perinde quidem est; at ut dixi, laminæ nostræ parabiliores, & magis tractabiles sunt.

Potest formari cistula, in decem loculamenta divisa, & decem characteribus arithmeticis insignita, ut singulis loculamentis convenientes columnæ indantur hoc pacto, ut capita earum è cistula emineant, quibus facilè apprehendi, atque eximi, prout necessarium fuerit, queant. Habeat etiam cistula operculum suum. Plura usus suggeret.

(***)

Arti-

Articulus II.

De Multiplicatione per columnas mobiles Tabulæ Pythagoricæ.

Usus prædictarum virgularum & columnarum mobilium præcipuè excogitatus fuit ad facilitandam multiplicationem, ac divisionem, quæ difficiliores sunt quàm additio & subtractio.

Notandum autem ante omnia, quotiescunque duæ quælibet columnæ conjunguntur inter se, triangulum superius uniuscujusque quadratuli columnæ dexteræ, cum triangulo inferiore alterius quadratuli columnæ sinistræ, constituere rhombum, uti in superioribus duabus figuris patet. Hoc præmisso, explicabo nunc multiplicandi praxin duobus exemplis.

Sit multiplicandus numerus A, per numerum 9. Scribe unum sub altero, ut in ordinaria multiplicatione, & prout in exemplis vides.

A.	24690
	9
C.	222210

Quære deinde multiplicandum A in capitibus columnarum, id est, selige columnas quæ in vertice habent 2, & 4, & 6, & 9, & 0, & colloca unam post alteram, ut factum vides in figura proximè præceden-

cedenti. His factis, quoniam multiplicator est 9, numera descendendo novem quadratula, usque ad K L, & numerum in quadratulis K L repertum exscribe, & colloca infra multiplicatorem, hoc pacto, ut numeri qui in rhombis inveniuntur, addantur simul in unam summam; quæ si unicâ figurâ scribi potest, scribatur infrà integrè; si verò duabus scribi debet, scribatur infrà dextima, & mente retineatur sinistima, apponenda sequenti summæ, prout in ordinaria multiplicatione fit; eritque multiplicatio peracta. Summa ergo producta ex ductu numeri 9 in numerum A, erit numerus C. Nam primò exscribitur o trianguli M L; deinde 1 rhombi N; tum quia 4 & 8 rhombi O faciunt 12, scribuntur 2, & retinetur unitas; iterum quia 6 & 5 rhombi P, cum unitate retenta, faciunt 12, scribuntur iterum 2, & retinetur unitas; ulteriùs quoniam 8 & 3 rhombi Q, cum unitate retenta, faciunt rursus 12, scribuntur 2, & retinetur unitas: tandem quia 1 trianguli K, & unitas retenta, faciunt 2, scribuntur 2, & facta est multiplicatio.

Sit iterum multiplicandus numerus A per 4. Scribe numeros ut vides, & quære multiplicandum in columnarum capitibus ut antea, & descenden-

A.	24690
	4
D.	98760

dendo usque ad quartam seriem quadratulorum exscribe numeros illius seriei modo dicto. Nempe primò scribe 0, deinde 6, deinde quia 4 & 3 faciunt 7, scribe 7 infrà: & quia 6 & 2 faciunt 8, scribe 8 infrà: tandem quia 8 & 1 faciunt 9, scribe 9 infrà. Productum igitur ex multiplicatione erit numerus D.

Sit iterum multiplicandus numerus A per 28. Collocatis numeris ut vides; & invento multiplicando in columnarum vertice, institue primò multiplicationẽ per 8, exscribendo numeros ex serie octava quadratulorum, & habebis numerum B. Deinde institue multiplicationem per 2, exscribendo numeros ex serie secunda quadratulorum, & habebis numerum E, qui scribi debet infra B ut vides, & ut fieri solet in multiplicatione ordinaria. Has duas summas partiales B & E, collige in unam summam totalem F; eritque hæc, producta summa ex multiplicatione numeri 28 in numerum A.

A.	24690
	28
B.	197520
E.	49380
F.	691320

Simili prorsus modo procedendum est, quotcunque figuris constet multiplicandus & multiplicator.

Arti-

CAPUT III.

De Divisione per easdem columnas mobiles.

SIt dividendus numerus M, per divisorem N. *Primò.* Colloca numeros ut vides in I. Operatione, & ut fieri solet in divisione vulgari. *Secundò.* Quære divisorem N, 24, in capite columnarum, nempe in columnis E, Q, F, P, figuræ proximè præcedentis, easq; colloca juxta se ut vides. *Tertiò.* Descendẽdo in dictis columnis, quære membrum dividendi cui suppositus est divisor N; quod membrum est hîc 98: & quoniam id præcisè non invenis, quære numerum proximè minorem; & invenies in quarto ordine quadratulorum, 96: Scribe ergo 4 post lunulam pro Quoto, & subtrahe 96 à 98, remanebuntque 2, quæ scribe supra 8, & deletis

I. Operatio.
M. 9 8 0 7 3
N. 2 4 (4

II. Operatio.
2
M. 9 8 0 7 3
3 4 4 (40
N. 2

III. Operatio.
2
M. 9 8 0 7 3
3 4 4 4 (408
N. 2 2

tis 98, & 24, promove divisorem N, stabitque exemplum ut in 2ª. operatione. *Quartò.* Descendendo iterum in dictis columnis, quære 20, membrum videlicet dividendi cui suppositus est divisor N; quod membrum cùm non inveniatur in columnis, nec numerus proximè minor; signum est, divisorem in eo non contineri, nè semel quidem. Scribe ergo cifram post lunulam pro Quoto, & deleto divisore, relictoque dividendo, promove divisorem; stabitque exemplum ut in 3ª. operatione. *Quintò.* Descendendo iterum, quære in columnis membrum dividendi cui suppositus nunc est divisor N, nimirum 207; quæ cùm non inveniantur in columnis, quære numerum proximè minorem, & invenies in 8 ordine quadratulorum 192. Scribe ergo 8 post lunulam pro quoto, & subtrahe 192 à 207, & remanebunt 15; quæ scribes suprà, & deletis 207, cum divisore 24, promove eum; stabitque exemplum ut in 4ª. Operatione.

IV. Operatio.

```
 215
98073
24444   (4086 0/24
 222
```

Sextò. Quære in ijsdem columnis membrum dividendi cui nunc suppositus est divisor, nempè 153, aut proximè minorem numerum; & invenies in sexto ordine quadratulorum 144; quæ subtrahe à 153, & remane-

manebunt 9; eritque peracta tota divisio. Erit itaque quotus inventus $4086\frac{9}{4}$, ut in 4. Operatione apparet. *Examen* fit ut in divisione ordinaria.

Simili prorsus modo procedendum est in omnibus alijs exemplis, sive per unam, sive per plures figuras fiat divisio: semper enim quærendus est divisor in capite columnarum, & sub eo quærendum membrum cui divisor suppositus est, aut numerus proximè minor (si illud præcisè non inveniatur) & pro quoto ponendus ille numerus, quem indicat ordo quadratulorum in quo repertum est dictum membrum dividendi; repertusque numerus subtrahendus est ab hoc membro, & divisor promovendus; & hoc toties, donec totus dividendus exhaustus sit.

Articulus IV.

De extractione radicis quadratæ ope columnarum mobilium Tabulæ Pythagoricæ.

I. FAc laminam æqualis longitudinis cum columnis mobilibus Tabulæ Pythagoricæ; eamque divide in tres columnas, & numeros inscribe ut in Fig. III. Iconismi suprà positi apparet. Vocetur hæc lamina, Qua-

dratica. Columna prima ad dexteram continet novem primos digitos ordine naturali; secunda duplum uniuscujusque digiti; tertia novem prima quadrata. Primam seu dextimam columnam vocabimus Exponentem, quia exponit numerum ordinum seu serierum transversalium. Tertiam seu sinistimam appellabimus quadraticam columnam.

II. Numerum propositum, è quo radix quadrata extrahenda est, divide in membra, modo dicto suprà part.1. cap.3. art.5. & inter singula membra duc lineas parallelas, prout apparet in sequenti exemplo.

III. Ex ultimo membro ad sinistram (sive unicam contineat figuram, sive duas) extrahe radicem more consueto, & ibidem explicato; scribendo radicem supra dictum ultimum membrum; residuum verò, si quod est, infra ejusdem membri numeros deletos, uti apparet in eodem sequenti exemplo.

IV. Ad residuum infra scriptum adde ad dexteram secundum membrum. Duplum radicis jam inventæ (contentum in secunda columna laminæ quadraticæ, è regione radicis primò inventæ) si unicâ constet figurâ, quære in capite unius columnæ mobilis excerptæ ex Fig.I. si pluribus, in capite plurium columnarum. Huic, aut his columnis applica ad dexteram, laminam quadraticam.

Vide

Vide jam, in quoto ordine seu serie transversali reperiatur secundum membrum cum residuo (si quod fuit) aut proximè minor numerus. Numerus columnæ Exponentis erit radix quæsita; quam scribe supra secundum membrum; numerum verò transversalem inventum subtrahe à secundo membro, & à residuo, si quod antea fuit; & quod remanet, scribe infrà, prout in eodem sequenti exemplo apparet.

V. Eodem prorsus modo procede ulteriùs cum reliquis membris propositi numeri, ad finem usque. Exemplum meliùs rem declarabit.

Exemplum.

Sit extrahenda radix quadrata è numero 183184. Divide eum in tria membra, ductis lineis parallelis, ut apparet in B. Deinde sic operare.

A.	4	2	8
B.	18	31	84
C.	2	31	
	1	64	
D.		67	84
		67	84
		00	00

I. Radix ultimi membri ad sinistram est 4; numerus verò quadratus proximè minor illo membro, est 16. Scribe ergo 4 suprà, ut in A apparet; 16

verò subtrahe ab 18, & residuum 2 scribe infrà, eique appone ad dexteram secundum membrum 31, ut apparet in C, ac dele 18.

II. Duplum radicis inventæ, nempe 8, quære in vertice columnarum mobilium; & columnam quæ in vertice habet 8, colloca ad sinistram laminæ quadraticæ, & in transversalibus ordinibus nomerorum quære numerum 231, vel proximè minorem: invenies 164, è regione verò in columna Exponente invenies 2; scribe ergo 2 suprà pro radice, ut in A apparet, 164 verò subtrahe à 231, & residuum 67 scribe infrà, ut in D apparet; ac dele numeros C.

III. Ad dexteram residui præcedentis colloca tertium membrum, 84: duplum totius radicis jam antea inventæ, quod est 84, quære in capite duarum columnarum mobilium, quarum una gerat in vertice 8, altera 4: His ad dexteram applica laminam quadraticam: descendendo quære inter transversas series numerum 6784: invenies eum in ordine seu serie octava; scribe ergo 8 suprà in A, & subtrahe 6784 (numerum videlicet in dicta octava serie repertum) à 6784. Et quoniam nihil remanet, signum est, propositum numerum B esse quadratum, & radicem ejus esse numerum A.

IV. Eodem modo procedes ulteriùs; si adhuc

adhuc alia membra supersunt, è quibus eruenda est radix quadrata.

Annotatio. I.

Non est necesse, ut numerus è quo extrahenda radix est, dividatur per lineas parallelas; neque ut radix inventa scribatur suprà, & residuum infrà, uti hîc factum est; sed possunt omnia fieri modo ordinario, explicato suprà part. 1. cap. 3. art. 5. Quoniam tamen hic modus commodius est, & confusioni minùs obnoxius; potest etiam servari in ordinaria extractione radicis loco citato explicata.

Annotatio II.

Proposui praecedentem praxin quàm potui clarissimè. Neperus in sua Rabdologia lib. 1. cap. 6. & alij, adeo confusè, aut breviter illam proponunt, ut mihi ipsi aliquando visa fuerit illegitima, uti in citato paulò antè loco indicavi. Difficilior & intricatior est extractio radicis cubicae, quam propterea omitto: longè enim faciliùs extrahitur (meo quidem judicio) radix cubica sine columnis seu virgulis, modo aliàs consueto, & tradito à nobis suprà part. 1. cap. 3. art. 6.

CAPUT V.

De Arithmetica Calculari seu Lineari.

Alcularis seu linearis Arithmetica, est ars numerandi per calculos & lineas modo mox explicando. Ex quo patebit etiam etymi seu nominis ratio. Loco calculorum Europæi nostri utuntur nummis ex orichalco, aliave quavis materia. Chinenses, ut in hujus Libri Proœmio dixi, nec calculis aut nummis, nec lineis utuntur, sed globulis filo ferreo insertis, & sursum atque deorsum in cistula ad id dispofita atque divisa mobilibus. Modum explicat quem citato loco laudavi. P. Martinus Martinius *lib.* I. *Decad.* I. *Hist. Sinens. Habet Calcularis seu Linearis Arithmetica maximum & facillimum usum in rationibus dati atque accepti computandis, sive addendæ sint inter se partes varijs temporibus acceptæ aut expensæ, sive aliæ ab alijs subducendæ, sive invi-*

invicem multiplicandæ, aut dividendæ, ideo familiarissima est nostratibus mercatoribus, ut meritò etiam Mercatoria appellari possit. Potest ac solet adhiberi tam in supputatione rerum unius, quàm plurium specierum; volo dicere, tam in supputatione florenorum v. g. aut baziorum, aut nummorum &c. tantùm; quàm florenorum & baziorum & nummorum &c. simul. Utrumque modum explicabo.

Articulus I.

De præparatione Abaci Linearis, ejusque usu in Numeratione.

CRetâ, aut rubricâ duc in mensa, aut tabula quacunque, vel atramento in charta, septem lineas (pluresvè aut pauciores, prout res exiget pro majori aut minori calculo instituendo) ac primæ seu infimæ lineæ adscribe 1, secundæ 10, tertiæ 100, quartæ 1000, quintæ 10000, sextæ 100000, septimæ 1000000, prout in apposito Abaco factum vides. Deinde ad faciliorem usum, & ad con-

confusionem vitandam, primo spatio inter primam & secundam lineam adscribe 5, secundo spatio 50, tertio 500, quarto 5000, quinto 50000, sexto 500000.

ABACVS LINEARIS.

1000000	- - - ⊙ - ———	7
500000	- - - ⊙ -	
100000	- - - ⊙ - ———	6
50000	- - - - -	
10000	- - - ⊙ - ⊙ - - -	5
5000	- - - ⊙	
1000	- - - ⊙-⊙ ⊙ ⊙-	4
500	- - - ⊙	
100	- - - ⊙ - ———	3
50	- - - - -	
10	- - - ⊙-⊙ ⊙ - -	2
5	- - - ⊙	
1	- - - ⊙-⊙-⊙	1
	Valor. 1629638	

Valor calculorum in hisce lineis ac spatijs collocatorum hic est. Calculi positi in prima linea, valent seipsos, seu unitates; in secunda linea decies seipsos, seu denitates; in tertia centies seipsos, seu centenarios; in quarta millies seipsos, seu millenarios; in quinta decies

decies millies ſeipſos, ſeu denitates millenariorum; in ſexta centies millies ſeipſos, ſeu centenarios millenariorum; in ſeptima denique millies millies ſeipſos, ſeu milliones. Calculi verò poſiti in primo ſpatio inter primam & ſecundam lineam, valent quinque unitates; in ſecundo quinque denitates, ſeu quinquaginta; in tertio quinque centenarios, ſeu quingenta; in quarto quinque millenarios, ſeu quinque millia; in quinto quinquaginta millenarios; in ſexto deniq; quingentos millenarios.

Ex his patet I. valorem calculorum cujuscunque lineæ, eſſe decies majorem valore calculorum lineæ proximè antecedentis: item valorem calculorum cujuſcunque ſpatij eſſe quinquies majorem valore lineæ, quæ immediatè præcedit. Valor itaque calculorum in præcedenti abaco diſpoſitorum eſt hic: 1629638. Nam tres calculi in prima linea, & unus in primo ſpatio, qui æquivalet quinque calculis, efficiunt octo: item tres calculi in ſecunda linea, efficiunt triginta; item unùs in tertia linea, valens centum, & unus in tertio ſpatio, valens quingenta, efficiunt ſexcenta; item quatuor calculi in quarta linea, qui valent quatuor millia, & unus in quarto ſpatio, qui valet quinque millia, efficiunt novem millia; item duo in quinta

linea

linea, efficiunt viginti millia: item unus, in sexta linea, qui valet centum millia, & unus in sexto spatio, qui valet quingenta millia, efficiunt sexcenta millia: tandem unus calculus in septima linea efficit unum millionem.

Alia exempla quæcunque (quæ ad libitum gratiâ exercitij formare sibi poterit Tyro) simili prorsus modo calculantur, ac pronunciantur; cujusmodi sunt sequentia.

Exempla.

	Primum.	Secundum.	
1000000	-⊙ ⊙ ⊙ - -	- ⊙ - ⊙ - -	7
500000	- - ⊙	- -	
100000	-⊙·⊙ ⊙ ⊙-	-⊙·⊙·⊙-	6
50000	- ⊙	- - ⊙	
10000	- - ⊙ - ⊙ -	- - ⊙ - ⊙ - -	5
5000	- - ⊙	- -	
1000	·⊙·⊙ ⊙ - -	- - ⊙ - - -	4
500	- - ⊙	- - ⊙	
100	- - ⊙ - -	-⊙-⊙-⊙-⊙-	3
50	- - ⊙	- - ⊙	
10	⊙ ⊙ ⊙-⊙-	- - ⊙ - -	2
5	- - ⊙	- -	
1	- ⊙ - ⊙ - -	·⊙·⊙ ⊙-⊙-	1
	Valor 3978697	Valor 2371964	

Ter-

	Tertium.	Quartum.	
1000000	——————	——————	7
500000			
100000	——————	——————	6
50000			
10000	——————	- - ⊙ - -	5
5000	⊙		
1000	——————	——————	4
500			
100	-⊙-⊙-⊙-⊙-	-⊙-⊙-⊙-	3
50			
10	-⊙-⊙-⊙-⊙-	——————	2
5		- - ⊙ - -	
1	- ⊙ - ⊙ -	——————	1
	Valor 5442	Valor 10305	

Patet II. in nulla linea poni posse plures calculos quàm quatuor; nec in ullo spatio plures quàm unum; quare si in linea aliqua reperiuntur quinque calculi, auferendi sunt, & unus in proximo subsequenti spatio collocandus; & si in aliquo spatio reperiuntur duo, removendi similiter sunt, & collocandus unus in proximè sequenti linea. Ratio ex dictis patet. Si in linea reperiuntur sex, septem, octo, aut novem calculi; ablatis quinque, relinquendi sunt reliqui, & unus collocandus in proximè sequenti spatio. Verbo, tot calculi

in

in ſpatio collocari debent, quot quinarij à proximè antecedenti linea tolluntur; & tot in linea, quot binarij à ſpatio proximè antecedenti auferuntur: qui tamen ſi ſuperant in lineis quatuor, in ſpatijs unum, removeri debent, ut dixi.

Articulus II.

De Additione rerum ejusdem ſpeciei.

ADditio rerum ejusdem ſpeciei eſt, quando duæ, tresvè, aut quotcunque ſummæ particulares florenorum tantùm, aut aureorum tantùm, aut librarum tantùm, aut quarumcunque demum rerum ejusdem denominationis ſeu ſpeciei, colliguntur in unam ſummam. Hanc qui ſcit, ignorare non poterit additionem rerum diverſæ ſpeciei. Ab illa ergo inchoandum; quæ hoc modo perficitur.

Addendi		Summa.	
Colum. 1.	Colum. 2.	Colum. 3.	
		- - O - -	4
- - O	- - -	- - -	
- O - O -	-O-O-O-	- - O - -	3
- - O	- - O	- - O	
-O-O-O-	-O-O-O-	--O-O--	2
- - O	- - -	- - -	
-O-O-O-	-O-O-O-	- - O - -	1
Valor	Valor.		
788	383	1171	

I. Sum-

I. Summæ invicem addendæ collocentur in diversis columnis Abaci calcularis antea præparati (ut apparet in apposito Abaco) hoc est, loco rerum addendarum ponantur calculi, servatâ Praxi præcedentis articuli. II. Summæ seu calculi singularum linearum & spatiorum correspondentium colligantur in unam summam, servatâ eâdem præcedentis Articuli Praxi; & summa ex illis proveniens ponatur in lineis aut spatijs columnæ sequentis, juxta exigentiam valoris.

EXEMPLUM. Sint duæ hæ summæ addendæ: 788. & 383. Primò, adde tres calculos infimæ lineæ primæ columnæ ad tres calculos infimæ lineæ secundæ columnæ, & proveniunt 6; ex quibus aufer quinque, & unum colloca in prima linea tertiæ columnæ, iterumque unum loco quinque ablatorum colloca in primo spatio ejusdem columnæ tertiæ. Hunc adde ad unum positum in primo spatio primæ columnæ, ut fiant duo: qui duo cùm faciant 10, colloca 1 in secunda linea tertiæ columnæ; & adde inter se tres & tres secundæ lineæ columnæ primæ ac secundæ, ut fiant sex: ex quibus rursus aufer quinque, & relinque unum in secunda linea tertiæ columnæ, unum verò pro quinque ablatis pone in secundo spatio ejusdem tertiæ columnæ. Iterum collige duos calculos in secundo spatio

tio columnæ primæ & secundæ, & habebis decem; quibus ablatis, pone unum in tertia linea columnæ tertiæ. Ulteriùs collige duos & tres tertiæ lineæ columnæ primæ ac secundæ, ut sint quinque: quibus ablatis, colloca unum in tertio spatio tertiæ columnæ; qui unà cum alio in eodem spatio primæ columnæ posito facit decem; pro quibus colloca unum in quarta linea columnæ tertiæ, eritque additio peracta, & summa resultans erit 1171. Simili modo procede in omnibus alijs exemplis, quotcunque fuerint columnæ seu summæ inter se addendæ.

EXAMEN operationis fit per subtractionem: si in additione duarum summarum subtrahatur una à summa totali inventa, & remaneat altera; vel si in additione plurium summarum subtrahantur singulæ præter unam à summa totali inventa, & remaneat ea quæ subtracta non fuit; evidens est operationem fuisse bonam.

Articulus III.

De Additione rerum multiplicis speciei.

ADditio rerum multiplicis speciei est, quando plures summæ, quarum una signi-

ſignificat v. g. florenos, altera bazios aut albos, tertia nummos, &c. colliguntur in unam ſummam.

EXEMPLUM. Praxin monſtro in exemplo Nummorum, Alborum, & Florenorum pecuniæ Moguntinæ, in qua 8 nummi faciunt album, & 27 albi florenum. Sint igitur colligendi in unam ſummam ſequentes numeri floren. alb. & num. Divide Abacum linearem in tres columnas, & in una diſpone nummos, in altera albos, & in tertia florenos. Collige deinde primò in unam ſummam nummos, & ſummam reduc ad albos. Tum collige albos, & ſummam reduc ad florenos. Demum collige florenos in unam ſummam. Sic ergo ſtabit exemplum in Abaco.

Flor.	Alb.	Num.
456	23	7
597	25	6
78	25	7
79	26	6
13	24	7
420	26	7
75	25	6
89	26	5
7	25	6
469	16	1

Sum. 2291

Eo-

Flor.	Alb.	Num.
--O-O-	———	———
--O-O- O -O-O-O-O-	———	———
	--O-- O	———
--O--	--O--	--O--
Valor. 2291.	Valor. 16.	Valor. 1.

Eodem modo operandum eſt in alijs exemplis ejusdem monetæ; ſimili verò modo in omnibus exemplis quarumcunque monetarum, ponderum, aut menſurarum: dummodò minores monetæ, menſuræ, &c. ritè reducantur ad majores, juxta dicta ſuprà c.3. in Arithmetica Politica.

Articulus IV.

De Subtractione rerum unius ſpeciei.

PRo hujus Subtractionis praxi explicanda, numerum à quo fit ſubtractio, vocabo *Intergum*; numerum qui ſubtrahitur, *Subtrahendum*; numerum relictum factâ ſubtractione, *Reſiduum*. Abacus ergo linearis dividen-

dus

dus est in tres columnas, in quarum prima collocari debet *Integrum*, in secunda *Subtrahendum*, in tertia *Residuum*.

Praxis itaque hujus Subductionis hæc est. Primò, Diviso Abaco in tres columnas, collocentur in prima calculi æquivalentes *Integro*, in secunda verò calculi æquivalentes *Subtrahendo*. Secundò, calculi columnæ secundæ subtrahantur à calculis columnæ primæ, accipiendo tot calculos ex correspondente linea aut spatio majoris numeri primæ columnæ, quot sunt calculi in linea aut spatio numeri minoris secundæ columnæ; residuum verò in prima columna colloca in tertiæ columnæ lineis aut spatijs competentibus. Quòd si in linea aut spatio columnæ primæ non sunt tot calculi, ut possint subduci calculi secundæ columnæ; resolvatur unus calculus superioris lineæ aut spatij in plures calculos, ponanturquè in dicta linea aut spatio; & fiat subtractio modo dicto. Res in exemplo meliùs patebit.

EXEMPLUM. Sint subducenda 682, à 1375. Quoniam duos calculos in linea infima columnæ secundæ non potes subducere ab uno calculo posito in primo spatio columnæ primæ; resolve illum, collocando in linea inferiore quinq; calculos; & subtractis duobus, colloca tres residuos in prima linea tertiæ co-

lumnæ. Iterum cùm tres calculi in ſecunda linea columnæ ſecundæ non poſſint ſubtrahi

Integ.	Subtrah.	Reſid.
- - O - - -	———	———
	O	O
- O - O - O -	- - O - -	- - O - -
O	O	O
- O - O -	- O - O - O -	- O - O - O - O -
O		
———	- O - O -	- O - O - O -
Valor.	Valor	Valor.
1375	682	693

à duobus in ſecunda linea primæ columnæ poſitis, reſolve proximè ſequentem in ſpatio, & loco ejus pone quinque calculos in dicta linea, ut fiant 7; à quibus 3 ſubtracti, relinquunt 4, collocandos in ſecunda linea tertiæ columnæ. Rurſus quoniam unus calculus poſitus in ſecundo ſpatio ſecundæ columnæ, non habet calculum reſpondentem in eodem ſpatio primæ columnæ (jam enim reſolutus fuit in quinque) reſolve unum ex linea tertia primæ columnæ, & loco ejus colloca 2 in ſpatio inferiore; à quibus ſubtrahe 1, & 1 reſiduum colloca in ſpatio ſecundo tertiæ columnæ. Ulteriùs, 1 in tertia linea ſecundæ columnæ poſitum, ſubtrahe à 2 poſitis in eadem linea primæ columnæ (jam enim unus

fuit

fuit ablatus, ac resolutus) & residuum 1 colloca in tertia linea tertiæ columnæ. Tandem unum positum in quarta linea primæ columnæ, resolve in 2, & colloca in spatio immediatè inferiori, ab ijsque subduc unum positum in spatio tertio secundæ columnæ, ac residuum colloca in eodem spatio tertiæ columnæ; eritque operatio absoluta.

EXAMEN operationis fit per Additionem. Si enim residuum collocatum in tertia columna, addas ad subtrahendum positum in secunda columna, resultetque integer positus in prima columna; certum est, operationem fuisse ritè peractam.

Annotatio.

IN subtractione non est necessarium præparare Abacum aut columnam in Abaco, pro numer. Subtrahendo; sed potest hic scribi vel ad latus. vel infra numerum Integrum, ut apparet in s quenti Exemplo. Non est etiam necessarium formetur Abacus modis hactenus exhibitis, sed sufficit si fiat ut sequitur.

(*,*)

..O O		... O
.OOOO		...O O
.O		O
..O O		....
O		O
..OOO		....
Valor 2478	Subtrah. 1223.	Valor. 1255

Articulus V.

De Subtractione rerum diversarum specierum.

PRaxis consistit in hoc, ut pro singulis speciebus præparentur singulæ columnæ in Abaco, una nimirum pro florenis, alia pro albis, tertia pro nummis &c. Deinde, ut incipiatur à minima specie, & nummi v. g. subtrahantur à nummis, albi ab albis, floreni à florenis. Quòd si in Integro nulli sint nummi à quibus fiat subtractio, aut sint pauciores quàm ut fieri possit; resolvendus est unus albus ex præcedentibus in nummos. Idem servandum est, quando albi non possunt subtrahi ab albis: tunc enim resolvendus est florenus in albos. Sed rem exemplo declaremus.

Exem-

Exemplum.

Integrum.		
Flor.	Albi	Num.
O ..O O	---	---
-O O O	---	---
O -O O O	--O O	---
	O	O
-O O O O	--- O	..O O
7384	26	7

|Subtrahendum 2568, 20, 4.|

Residuum.		
Flor.	Albi	Num.
-O O O O	---	---
O --O O|O	---	---
- -O	---	---
O	O	
- -O	--- O	--O O O
4816	6	3

Quidam debebat mihi flor. 7384, alb. 26, num. 7: Solvit fl. 2568, alb. 20, num. 4: volo ſcire, quantum adhuc debeat. Subtraho flor. 2568, alb. 20, num. 4, à fl. 7384, alb. 26, num. 7. (qui numerus eſt in primo Abaco per calculos expreſſus) & reſiduum calculorum pono in ſecundo Abaco. Dico itaque, inchoando à nummis, 4 à 7, remanent 3; & ablatis 7 calculis ex columna Nummorum primi Abaci, pono tres in columna Nummorum ſecundi Abaci. Deinde progrediendo ad albos, ſubtraho 20 à 26, dicendo: 20 à 26 remanent 6; aufero igitur 26 calculos ex columna Alborum primi Abaci, & colloco 6 intra columnam Alborum ſecundi Abaci. Demum progrediendo ad florenos, ſubtraho 2568 à 7384, dicendo: 8 à 4, non poſſum auferre; accipio ergo unum calculum ex linea denitatum, ut habeam 14, & dico: 8 à 14, remanent 6; aufero igitur 14 calculos ex primo Abaco (quatuor nimirum ex prima linea, & unum ex ſecunda) & pono 6 in ſecundo. Iterum dico: 6 à 7 (non ab 8, quia jam ablatus fuit unus calculus) remanet 1; aufero ergo 7 ex primo Abaco, & colloco unum in ſecundo. Rurſus dico: 5 à 3, non poſſum auferre; accipio igitur unum ex linea millenariorum, ut habeam 13, & dico: 5 à 13, remanent 8; aufero igitur 13 calculos ex primo Abaco, & pono 8 in ſecundo.

do. Tandem dico: 2 à 6 remanent 4; & ablatis 6 ex primo Abaco, relinquo 4 in secundo.
Simili prorsus modo in omnibus alijs exemplis, tam monetarum, quàm ponderum, & mensurarum, proceditur; nisi quòd, ut antea dixi, subinde resolvendus est albus in nummos, aut florenus in albos; item libra in uncias, aut centenarius in libras. &c.

Articulus VI.

De Multiplicatione.

MUltiplicatio aut nullum, aut rarum habet usum in rebus diversarum specierum; ideo tantùm in rebus unius speciei ejus praxin ostendemus; quæ in hoc consistit.

§. 1. *Quando Multiplicator est unica figura.*

PRimò. Disponatur unus Abacus pro Multiplicando, alius pro Multiplicatore, tertius pro Producto. *Secundò.* Omnes figuræ Multiplicandi multiplicentur per figuram Multiplicatoris (hoc est, calculi istius per calculos hujus) & Productum ponatur in suo Abaco.
EXEMPLUM. Sint multiplicandi 1282, per 3. Disponantur calculi in primo & secundo Abaco, ut vides; & dic. ter duo, faciunt 6,
 collo-

colloca ergo 6 calculos in prima linea & primo spatio tertij Abaci. Dic iterum; ter octo, faciunt 24; pone ergo quatuor calculos in secunda linea tertij Abaci, & mente retine

Multiplicand.	Multiplicat.	Productum.	
--- O	---	- O O O O	4
-- O O O	---	- O O O	3
- O O O	---	- O O O O O	2
-- O O	- O O O	--- O	1
1 2 8 2	3	3 8 4 6	

duo. Dic tertiò: ter duo, faciunt 6, & additis 2 antea retentis, fiunt 8, pone ergo octo calculos in tertia linea & tertio spatio tertij Abaci. Dic tandem: ter unum, faciunt 3: pone ergo tres calculos in quartá linea Abaci. Absolutá operatione, productum est 3846. Eodem modo procedendum est in omnibus alijs exemplis, in quibus Multiplicans est unica figura.

(***)

Anno-

Annotatio.

Non est necessarium, Multiplicatorem disponere intra Abacum, sed potest ad latus aut infra Multiplicandum scribi, aut mente retineri; quod & in sequenti exemplo observabimus.

§. 2. *Quando Multiplicator constat pluribus figuris.*

P*Rimò.* Præter Abacum pro Multiplicando præparatum, fac tot alios pro Productis, quot figuris constat Multiplicator: tot enim Producti particulares provenient. *Secundò.* Multiplica Multiplicandum singulatim per singulas figuras Multiplicatoris, & in notatione Productorum singulis figuris respondentium hoc observa, ut quemadmodum in Multiplicatione ordinaria quæ numeris scriptis perficitur, prima seu dextima figura producti primi ponitur immediatè sub Multiplicantis prima seu dextima figura; secundi verò producti figura prima sub secunda Multiplicantis &c. ita etiam in hac Multiplicatione Calculari ponas primi producti priores calculos in linea Abaci, in qua numeri Multiplicantis aut Multiplicandi primi calculi ponuntur; secundi verò producti priores calcu-

los in eadem linea, in qua ponuntur secundi calculi Multiplicatoris aut Multiplicandi; & sic consequenter ascendendo. *Tertiò.* Peractâ totâ multiplicatione, collige in unam summam Productos particulares, juxta praxin Articuli 2.

Exemplum.

	Multiplic:		Product. I.	Product. II.	Summa
100000	--		--	--	--O
				O	
10000	--		--	-OOOO	--
			O	O	O
1000	- OO		--OO	-OOO	--
					O
100	-OOOO	Multiplicator 43	--OOO	--OO	--
	O		O	O	O
10	--		--OO	-OOO	--
	O				
1	- OO		--O	--	--O
	2457		7371	9828	105651

Sint multiplicanda 2457, per 43. Dispone Abacos ut vides factum in exemplo, & per praxin paulò antè hoc eodem Articulo dictam multiplica primò dextimam Multiplicatoris figuram (quæ est 3) in omnes figuras seu calculos Multiplicandi, & Productum 7371, dispone in Abaco. Iterum multiplica secundam Multiplicatoris figuram in omnes

cal-

calculos ejusdem Multiplicandi, & productum 9828, dispone etiam in Abaco. Tandem hæc duo Producta collige in unam summam, & habebis 105651.

Annotatio

IN hac, & in præcedente multiplicatione, quotiescunque in Multiplicandorum Abaco notatus est calculus in spatio supra lineam, Multiplicator fuit multiplicatus in numerum calculorum compositum ex calculis in linea & in spatio collocatis. Et hoc semper in omnibus alijs exemplis observandum est.

EXAMEN multiplicationis fit per divisionem: si enim summa dividatur per multiplicantem, & prodeat multiplicandus; certum est operationem fuisse bonam.

Articulus VII.

De Divisione.

DIvisio linearis seu calcularis longè difficilior videtur esse, quàm ordinaria per numeros scriptos, ideoque omitti poterat: nè tamen manca sit hæc tractatio, paucis eam explico.

Primò. Itaque dispone Dividendum ac Divisorem prout in sequenti exemplo apparet, & nota, Divisorem hîc non promoveri ex linea in lineam, sed tantùm digito manûs sini-

finiſtræ deſignari ejus promotionem. *Secundò.* incipe operationem à parte ſuperiore; in cujus ſupremæ lineæ calculo, ſi Diviſorem nè ſemel habere poſſis, compone calculos ſupremæ lineæ cum calculis lineæ ſequentis. *Tertiò.* Ut Quotus ritè collocetur in Abaco ſuo, ante omnia conſidera, quot operationes inſtitui poſſint, ſeu Quoties Diviſor promoveri poſſit, ut tot lineis ab infima primos calculos Quoti colloces.

Exemplum.

	Divideud.	Diviſor	Quotus	Reſiduum.
5	— O	—	—	—
4	- O O O	— O	—	—
3	- O O O	— O	—	— O
2	- O O O	— O	- O O	— O
1	- O O	- O O O	— O	- O O O O
	12832	6 0 8	21	64

Sint dividenda 12832, per 608. Primò, cùm 6 nè ſemel quidem in 1 reperiantur, pone digitum manus ſiniſtræ in quarta linea, & dic: 6 in

in 12, reperitur bis; pone ergo 2 in secunda linea, quia tantùm duas operationes in hoc exemplo instituere potes. Deinde multiplica 6 per 2, nempe 6 calculos Divisoris, per 2 calculos Quoti, & habebis 12; ablatisque 12 ex 12 calculis Dividendi, nihil remanet in quarta & quinta linea. Ulteriùs, quia in Divisore sequens linea calculo caret, eandem omitte, & multiplica 8 per 2, fiunt 16; quæ subtrahe à calculis superioribus Dividendi, incipiendo à secunda linea; in qua cùm tantùm tres calculi inveniantur, resolve unum ex tertia linea sumptum (qui æquivalet decem præcedentium) ut fiant 13, à quibus abstracta 6, relinquunt 7; & iterum 1 à 7, (quæ sunt in tertia linea & tertio spatio) relinquit 6. Totus itaque numerus Dividendi residuus pro secunda operatione est 672.

Promove jam Divisorem, promovendo videlicet digitum manus sinistræ ad tertiam lineam, in qua, & simul in spatio supra se, sunt æquivalenter 6 calculi; & dic: 6 in 6, habetur semel: pone ergo 1 calculum in infima linea, & omissâ multiplicatione Divisoris per Quotum (quoniam 1 non multiplicat) subtrahe primò 6 à 6, nihil remanet in tertia linea: deinde 8 à 12 (resolvendo unum calculum assumptum ex secunda linea) remanent 4; atq; adeo totum residuum erit 64, ut in exemplo patet.

EXA-

EXAMEN fit per multiplicationem: si enim Divisor multiplicatus per Quotum, restituat Dividendum, (priùs residuo ad productum addito;) certum est, divisionem fuisse benè institutam.

Atque hæc sufficiant pro Arithmetica Calculari; quæ procul dubio est ingeniosa, & fortassis apud antiquos usitata, qui propterea Arithmeticam Practicam vocarunt Artem Calculatoriam; quamvis nunc ferè apud solos idiotas in usu est. Ordinaria autem operatio per numeros scriptos est procul dubio facilior, & compendiosior.

CAPUT VI.

De Arithmetica Divinatoria.

ITa voco Praxes quasdam solvendi Arithmeticarum operationum ope nonnullas quæstiones adeo occultè, ut divinationis speciem præseferat. Interfero illas hoc loco, velut rosas inter Arithmeticæ præcedentis spinas. Duces sequor Bedam, Gemmam Frisium, Cardanum, Budeonem, Clavium, aliosque plerosque Arithmeticæ Practicæ scriptores; ne quis exorbitare me putet.

Arti-

Articulus I.

Divinare quot quis nummos in crumena habeat.

ALij docent divinare, quem quis numerum mente conceperit, ut universalior & abstractior sit praxis. Suppono, eum cujus nummos in crumena divinare volo, scire quot habeat nummos. Itaque

Jube primò numerum nummorum mente triplicari: secundò triplicatum, si par sit, dimidiari; si impar, addi unitatem, & postea dimidiari: tertiò, dimidiatum jube rursus triplicari, & abjici 9 quoties fieri potest. His factis, pro singulis novenarijs abjectis sepone tibi, 2, & pro unitate addita sepone 1, & habebis numerum nummorum, aut numerum mente ab alio conceptum.

EXEMPLUM I. Habet quis 4 nummos: triplicati faciunt 12; dimidiati faciunt 6; hæc triplicata faciunt 18. Abjici possunt 9 bis. Unde colligo eum habere quatuor nummos, quia singuli novenarij dant mihi duos.

EXEMPLUM II. Conceperit aliquis mente quinarium, seu 5 unitates. Hæ triplicatæ faciunt 15: & quia hic numerus est impar; ut possit dimidiari, addatur 1, ut fiant 16, cu-

16, cujus dimidium sunt 8: hoc iterum triplicetur; fiunt 24, & possunt abjici 9 bis. Pro duobus ergo novenarijs sepono mihi 4, & pro unitate addia 1; & dico eum concepisse 5.

EXEMPLUM III. Habet quispiam 3: si triplicet, habet 9: si addat 1, & dimidiet, habet 5. si hos triplicet, habet 15. Abjici potest novenarius semel; pro quo ego computo 2, & 1 pro unitate addita, & dico, eum habere 3.

EXEMPLUM IV. Habet 2: triplicatum sunt 6; dimiatum sunt 3; triplicatum sunt 9. Ergo habet 2.

EXEMPLUM V. Habet 1: triplicatum sunt 3: addat 1 & dimidiet, fiunt 2; hoc triplicet, fiunt 6. Non possunt abjici 9, & primo triplicato fuit addita unitas; habet ergo 1.

Annotatio.

HÆc est omnium aliarum praxium, quæ circumferuntur, simplicissima, & facillima. Quod ut pateat, indico unam, aut alteram adhuc in sequenti Articulo. Potest quis hac ratione divinare, qua quis horâ illo die surrexerit, quot commiserit peccata &c. Præstat ut non jubeatur alter abjicere novenarios, sed indicare ultimum numerum productum; ex quo tu clanculùm abjicies novenarios.

Articulus II.

Aliter divinare, quem quis animo conceperit numerum.

JUbe I. ut antea, conceptum numerum triplicari: triplicatum, si par sit, dimidiari; si impar, addi unitatem, & postea dimidiari. II. Dimidiatum jube rursus triplicari; triplicatum, si par sit, dimidiari; si impar, addi unitatem, & postea dimidiari. III. Postremum dimidiatum jube dividi per 9, & quotum tibi dici (hoc est, jube abjici novem quoties potest fieri) quem quotum duc tu in 4 (hoc est, pro singulis novenarijs sepone tibi 4) & producto adde 1, si primo triplicato fuit addita unitas; 2 verò, si secundo; proditque numerus quem alter animo concepit.

EXEMPLUM I. Conceperit quis 20; triplum est 60: dimidium 30: triplum hujus 90: dimidium hujus 45; quod divisum per 9, reddit pro Quoto 5 (hoc est, continet quinquies 9, quæ abjici possunt) quæ 5 ducta in 4, producunt 20, qui fuit numerus conceptus.

EXEMPLUM II. Concepit quis 10: triplum est 30: dimidium 15: triplum hujus 45: qui numerus quia impar est, dimidiari non potest, nisi addatur unitas. Addatur ergo 1,

fiunt 46: cujus dimidium 23, divisum per 9, reddit 2; quæ ducta in 4, faciunt 8; quibus, quia secundo triplicato addita fuit unitas, junge 2, fient 10, numerus nimirum mente conceptus.

EXEMPLUM III. Concepit quis 1: triplum sunt 3: dimidium, addito priùs 1 sunt 2: triplum hujus 6. Hoc triplum quia dividi non potest per 9, & tamen triplicato primo fuit addita unitas; collige eum concepisse animo 1. tantùm.

EXEMPLUM IV. Concepit quis 11: triplum sunt 33; qui numerus quia impar est, addatur ei unitas, ut fiant 34. Dimidium hujus sunt 17; quod triplicatum, facit 51: sed quia impar est hic numerus, addatur unitas, ut fiant 52. Dimidium 26, divisum per 9, reddit 2; quæ in 4 ducta faciunt 8: quibus, quòd utrique triplicationi addita fuerit unitas, junge 3, & conficies 11; qui fuit numerus mente ab altero conceptus.

Articulus III.

Adhuc aliter divinare, quem quis numerum conceperit.

PRimò, jube numerum triplicari, & ex producto abjici novenarium, quoties licet; & tu

tu interim pro quolibet novenario sepone tibi 3. *Secundò*, interroga numquid residui sit post abjectionem novenariorum; & si quid est, num sit numerus par, aut impar. Pro impari sepone tibi 1; pro pari, 2. Junctis ergo ternarijs cum 1, vel 2 ex residuo, habebis numerum ab alio conceptum. Si nihil adsit post abjectionem novenarij, soli ternarij dabunt summam. *Tertiò*, si ex numero triplicato non possunt fieri 9, quære, an triplicatum illud sit par, aut impar: si par, dic eum concepisse 2: si impar; dic concepisse 1.

EXEMPLUM I. Habeat quis 8: triplicati faciunt 24: novenarius potest abjici bis; ergo bis sepono mihi ternarium, id est, 6, juxta primum præceptum. Abjectis novenarijs ex 24, supersunt 6; qui numerus cùm sit par, dat 2, juxta secundum præceptum, quæ 2 addita præcedentibus 6, faciunt 8; quæ est summa quæsita.

EXEMPLUM II. Habes 9: triplum sunt 27: novenarius abjici potest ter, & nihil superest. Habuisti ergo ter tria, id est, 9.

EXEMPLUM III. Habes 2: triplum sunt 6: non possunt abjici novem, & tamen productum est par. Habuisti ergo 2.

EXEMPLUM IV. Habes 1: triplum sunt 3: non possunt abjici 9, & tamen productum est impar. Habuisti ergo 1.

Articulus IV.

Divinare numeros quos plures conceperunt mente, aut nummos quos habent.

SUnt quatuor qui diversos numeros mente conceperunt, aut diversum numerum nummorum habent, sed secundus habet duplo plùs quàm primus, tertius triplo plùs quàm primus, & quartus eodem quadruplo plùs; omnes tamen simul habent 160. Vis scire, quot quilibet habeat. Utere regulâ Falsi simplicis positionis, de qua suprà Par, 1, cap. 3. art. 3.

Articulus V.

Trium rerum quam quilibet ex tribus hominibus tetigerit, aut acceperit, divinare.

SInt tres quæcunque res, v. g. liber, chirotheca, pileus; sint item tres homines, Petrus, Andreas, Joannes. Constitue tàm inter tres personas, quàm inter tres res abscondendas ordinem, ut scias quæ sit persona prima, quæ secunda, quæ tertia; item quæ

res

AEI	EAI	AIE	EIA	IAE	IEA
1.2.3.	1.2.3.	1.2.3.	1.2.3.	1.2.3.	1.2.3.
1.	2.	3.	5.	6.	7.

res ſit prima, quæ ſecunda, quæ tertia. Sit explicationis gratiâ, res prima A, ſecunda E, tertia I: ſit item perſona prima 1, ſecunda 2, tertia 3. Expone coram tribus perſonis 24 calculos, aut nummos, aut quaſcunque alias res: & ex illis da primæ perſonæ unum calculum, ſecundæ duos, tertiæ tres calculos. Deinde recede paulisper, aut averte te, & jube unumquemque ex tribus accipere clàm, & te non vidente, rem unæ quæ placuerit; ſic tamen, ut qui primam rem A accepit, ſumat tot calculos ex reſiduis, quot ei dediſti antea; qui verò ſecundam rem E accepit, ſumat duplum eorum quos dediſti; qui denique tertiam rem I accepit, ſumat quadruplum eorum quos antea dediſti. His factis, accede, & vide quot calculi reſidui ſint. Qui quidem non poſſunt eſſe plures quam aut 1, aut 2, aut 3, aut 5, aut 6, aut 7. Si igitur remanſit unus, accepit primus rem A, ſecundus E, tertius rem I. Si duo ſuperſunt, accepit primus E, ſecundus A, tertius I. Si tres ſuperſunt, accepit primus A, ſecundus I, tertius E. Si quinque reſidui ſunt, accepit primus E, ſe-

cundus I, tertius A. Si ſex ſunt reſidui, accepit primus I, ſecundus A, tertius E. Si denique ſeptem remanent calculi, accepit primus I, ſecundus E, tertius A. Inſpice præcedentem tabellam in qua, quæ diximus, exprimuntur.

Sed ut memoriter & ſine tabulæ inſpectione ſcire queas promptiſſimè, quam quilibet rem acceperit, conſidera ſequentium verſuum alterutrum.

1 2 3 5 6 7
Salve certa animæ ſemita, vita, quies.
Pallentis Evandri ſanguine Feritas Immane vigebat.

Horum verſuum primum vocabulum ſervit pro uno calculo remanente, ſecundum pro duobus, tertium pro tribus, &c. ut numeri appoſiti indicant. Cujuslibet vocabuli ſyllaba prima accommodetur perſonæ primæ, ſecunda ſecundæ, tertia (ſive adſit, ſive non) tertiæ. Vocalis A ſignificat primam rem, E ſecundam, I tertiam. Itaque ſi remanſit unus calculus; primum vocabulum, *Salve*, aut *Pallentis*, indicat, primam perſonam accepiſſe rem A, id eſt, primam; ſecundam perſonam rem E, id eſt, ſecundam; & conſequenter tertiam perſonam accepiſſe rem I, id eſt, tertiam. Iterum, ſi reſidui ſunt quinque calculi, quartum vocabulum, *Semita*, vel *Feritas*, indicat primum hominem accepiſſe rem ſecun-

cundam E, secundum rem tertiam I, tertium rem primam A.

Articulus VI.

Quæ plurium personarum, quoto in digito, & quoto in articulo digiti, annulum gestet, divinare.

Sint quotcunque Personæ. Constitue inter illas ordinem, ut sciatur quæ sit prima, quæ secunda, quæ tertia &c. Constitue item ordinem inter digitos, & articulos, sitque v.g. pollex sinistræ manûs digitus primus, & pollex dextræ manûs sit ultimus: item articulus proximus ungui sit primus, proximus volæ manûs sit tertius. His constitutis, porrige personis annulum, & jube unam ex illis eum clàm inserere cui placet digito, & cui lubet articulo (quod tamen sciat unus ex omnibus) & paulisper recede. Tum reversus, jube conscium, in secreto, te non audiente, à prima persona versus ultimam numerare usque ad illam, quæ annulum habet; numerum inventum jube duplicari; duplicato addi 5; summam totam multiplicari per 5; producto addi numerum digitorum; conflatum multiplicari per 10; multiplicato addi numerum articuli in quo annulus est; tandemque totam

summam tibi indicari. Ex qua summa si abjicias 250, residui primus à dextris numerus indicabit articulum digiti, secundus digitum, tertius (quicunque sit, sive articulus seu simplex, sive digitus seu compositus) personam quæ annulum habet.

EXEMPLUM. Sint triginta personæ, occultetque vigesima in ordine annulum, in digito quarto (hoc est, in annulari sinistræ manus) in articulo secundo. 20 duplicata sunt 40, & addita 5, dant 45; hæc multiplicata per 5, faciunt 225; quibus additus numerus digitorum, nempe 4, facit 229; hæc multiplicata per 10, faciunt 2290: quibus additus numerus articulorum, nempe 2, dat 2292. Ab hac summa si subtrahas 250, remanent 2042, cujus primus numerus, 2, significat articulum secundum; secundus, 4, digitum; tertius, 20, personam quæ annulum habet.

Monitio.

QVando producti ultimi figura secunda est cyphra, signum est annulum esse in decimo digito. Et tunc ex antecedenti numero auferri debet unitas, & cyphra addi; residuum verò significat personam. Sed rem exemplo declaremus.

EXEMPLUM. Habeat annulum persona 23, in digito decimo, in articulo primo. Nume-

Numerus 23 duplicatus dat 46; & 5 addita, faciunt 51: hæc multipliaata per 5, producunt 255: additis 10, qui est numerus digitorum, fiunt 265: hæc summa multiplicata per 10, dat 2650; quibus addita unitas, quæ est nota primi articuli, facit 2651. Ab his ablata 250, relinquunt 2401; cujus summæ prima figura significat primum articulum; secunda cum unitate mutuata à 24, significat digitum 10; residuum 23 significat personam.

Annotatio.

Ut indagatio varietur, potest ad duplicatum numerum personæ habentis annulum addi 1, *vel* 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10 *&c. Sed tunc si addatur* 1, *ex ultimo producto auferantur* 50; *si addantur* 2, *auferantur* 100; *si* 3, *auferantur* 150; *si* 4, *auferantur* 200; *si* 5, *auferantur* 250, *ut in exemplis fecimus; si* 6, *auferantur* 300, *& sic consequenter, semper toties* 50 *amplius auferantur, quot amplius unitates fuerint additæ.*

Ex hoc constat, numerum qui subducitur ex ultimo numero producto, continere toties 50, *quoties unitas continetur in numero addito ad numerum duplicatum personæ habentis annulum.*

Articulus VII.

Quos numeros infra decem conceperint plures, divinare.

HÆc praxis non differt à præcedenti; variari tamen quoad aliqua poteſt, ſic. Primò. Numerum à primo conceptum jube duplicari, duplicatum augeri per 5, auctum multiplicari per 5. Deinde toti producto jube addi numerum à ſecundo cogitatum, productum augeri per 10, auctum per 10 multiplicari. Tandem jube addi numerum à tertio cogitatum. Quòd ſi plures numeri quàm tres fuiſſent concepti, ultima ſumma rurſùs per 10 multiplicanda foret, & producto quartus numerus addendus; ſicque ulteriùs progrediendum usque ad decimum. His factis, pete tibi exhiberi ultimam ſummam procreatam, ab eaque ſi duo tantùm fuerunt cogitati, ſubtrahe 35; ſi tres fuerunt cogitati, ſubtrahe 350; ſi quatuor, 3500; ſicque conſequenter: reſiduum indicabit quod quæris, ut antea.

EXEMPLUM. Cogitaverit primus 2, ſecundus 3, tertius 4, quartus 5. Duplicentur 2, fiunt 4; addantur 5, fiunt 9; multiplicetur hoc per 5, fiunt 45. Addatur numerus ſecundi,

nem-

nempe 3, fiunt 48; addantur his 10, fiunt 58; multiplicentur hæc per 10, fiunt 580. Addatur numerus tertij, nempe 4, fiunt 584; multiplicentur hæc per 10, fiunt 5840. Addatur numerus quarti, nempe 5, fiunt 5845. Ab hoc numero auferantur 3500, remanent 2345. Cogitavit ergo primus 2, secundus 3, tertius 4, quartus 5.

Annotatio.

Differt hic modus à priori, quòd summa post additionem numeri à secundo cogitati augetur priùs per 10, & deinde multiplicatur per 10. Deinde quòd hic auferuntur ab ultima summa 350, aut 3500; in priori verò modo 250, 2500 &c. Potest & hic modus variari ut præcedens, si ad duplicatum numeri primi addantur nunc 1, nunc 2, nunc 3, nunc 4, nunc 5, &c. ut diximus articulo præcedenti.

Articulus VIII.

E numero plurium quis rem aliquam surripuerit, divinare.

Affinitatem aliquam cum præcedenti habet hæc praxis, imò eadem est cum pauciori-

cioribus ambagibus; & in hoc consistit. Primò; statuatur ordo inter personas præsentes, ut sciatur quænam sit prima, quæ secunda &c. & qui scit furem, notet tacitus numerum loci in quo est. Secundò, duplicet animo eum numerum; duplicato addat 5; summam ex additione conflatam multiplicet per 5; deinde abjectâ primâ figurâ producti, subtrahat 2 ex reliquis producti figuris; reliquus enim numerus erit index furis.

EXEMPLUM. Adsint personæ 9, & qui nono est loco, surripuerit rem. Jube hujus rei conscium duplicare secretò numerum loci furis, nempe 9, & fiunt 18; & addi 5, fiunt 23; & hanc summam multiplicari per 5, fiunt 115. Jube tibi indicari hanc ultimam summam; ex qua tu abjice figuram 5, relinquuntur 11; ex his subtrahe 2, remanent 9.

Innumeræ aliæ divinandi praxes per Arithmeticam ingeniosæ ac jucundæ, extant apud P. Leurechon in Recreationibus Mathematicis Gallico idiomate editis, & apud alios qui eundem Latinè ac Germanicè ediderunt, uti & passim apud alios Auctores. Nobis has paucas attulisse sufficiat.

(***)



MONITIO AD LECTOREM.

MUltæ aliæ speciales Arithmeticæ hîc tradi possent, nempe Primò Militaris, ad distribuendos milites ac manipulos in formanda acie quadrata, oblonga, alteriusvè cujuscunque figuræ. Secundò Ecclesiastica, ad invenienda novilunia, plenilunia, cyclum Solarem ac lunarem, Indictionem, Annum Bissextilem, aliaque similia ad Kalendarium Ecclesiasticum pertinentia. Tertiò, Memorialis, substituendo vocabula pro numeris, quos quis mente retinere cupit. Quartò, Proportionalis, qua numerorum proportionalium Algorithmus sive Logistica traditur, præsertim in ordine ad Musicæ theoriam. Quintò, Harmonica,

monica, qua harmonicorum numerorum doctrina comprehenditur. Sed ne Libellus in majorem excrescat molem, omittimus. De prima tamen & secunda egimus in Cursu Mathematico suis locis, nempe in Chronologia, & Tactica. Tertia ingeniosa quidem est, sed nec necessaria est, nec utilis, nec jucunda, ideoque libenter eam omittimus. Qui volet, legat Herigonium *in Cursu suo Mathem. tom. 2. tract. de Arithm. Pract. cap. 17. Quarta & quinta difficiliores sunt quàm ut hoc loco Tyronibus proponantur. De divina Algebra egimus similiter in Cursu Mathematico. Hîc itaque esto*

AD MAJOREM DEI GLORIAM

F I N I S.

IN-



INDEX CAPITUM ET ARTICULORUM

Arithmeticæ Practicæ Generalis, ac Specialis.

PARS I.

DE ARITHMETICA PRACTICA GENERALI. 1.

Art. V.

PARS II.

DE ARITHMETICA PRACTICA SPECIALI. 105.

Artic. *II.*

Errata Typographica.

Pag.	Lin.	Errata.	Correcta.
9.	22.	resultan	resultant
53.	18.	divisore	divisione
91.	23.	cubiba	cubica
113.	9.	tem	item
117.	21.	signatum	signatam
147.	10.	diversa	diversæ
163.	1.	CAPUT *III.*	Articulus *III.*